

## Taller de Distribución de Probabilidades para Variables Discretas Estadística Básicas.

1. La siguiente distribución de probabilidad sobre puntuaciones dadas a la satisfacción con el trabajo por una muestra de directivos de alto nivel y de nivel medio en sistemas de la información va desde 1 (muy insatisfecho) hasta 5 (muy satisfecho).

Puntuación de la satisfacción con el trabajo	Probabilidad	
	Directivo de nivel alto	Directivo de nivel medio
1	0.05	0.04
2	0.09	0.10
3	0.03	0.12
4	0.42	0.46
5	0.41	0.28

- a. ¿Cuál es el valor esperado en las puntuaciones dadas a la satisfacción con el trabajo por los ejecutivos de nivel alto?
- b. ¿Cuál es el valor esperado en las puntuaciones dadas a la satisfacción con el trabajo por los directivos de nivel medio?
- c. Calcule la varianza de las puntuaciones dadas a la satisfacción con el trabajo por los directivos de nivel medio.
2. Los radares militares y los sistemas para detección de misiles tienen por objeto advertir a un país de un ataque enemigo. Una cuestión de confiabilidad es si el sistema de detección será capaz de detectar un ataque y emitir un aviso. Suponga que la probabilidad de que un determinado sistema de detección detecte un ataque con misiles es 0.90. Use la distribución de probabilidad binomial para responder las preguntas siguientes.
- a. ¿Cuál es la probabilidad de que un solo sistema de detección detecte un ataque?
- b. Si se instalan dos sistemas de detección en una misma área y los dos operan independientemente, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos uno de los sistemas detecte el ataque?
- c. Si se instalan tres sistemas, ¿cuál es la probabilidad de que por lo menos uno de los sistemas detecte el ataque?
- d. ¿Recomendaría que se usaran varios sistemas de detección? Explique.
3. Cincuenta por ciento de los estadounidenses creyeron que el país se encontraba en una recesión aun cuando en la economía no se habían observado dos trimestres seguidos con crecimiento negativo. (*BusinessWeek*, 30 de julio de 2001). Dada una muestra de 20 estadounidenses, calcule lo siguiente.
- a. Calcule la probabilidad de que exactamente 12 personas hayan creído que el país estaba en recesión.
- b. De que no más de cinco personas hayan creído que el país estaba en recesión
- c. ¿Cuántas personas esperaría usted que dijeran que el país estuvo en recesión?
- d. Calcule la varianza y la desviación estándar del número de personas que creyeron que el país estuvo en recesión.
4. En una encuesta realizada por la Oficina de Censos de Estados Unidos se encontró que 25% de las personas de 25 años o más habían estudiado cuatro años en la universidad (*The New York Times Almanac*, 2006). Dada una muestra de 15 individuos de 25 años o más, conteste las preguntas siguientes.
- a. ¿Cuál es la probabilidad de que cuatro hayan estudiado cuatro años en la universidad?
- b. ¿De que tres o más hayan estudiado cuatro años en la universidad?

5. En una universidad se encontró que 20% de los estudiantes no terminan el primer curso de estadística, al curso se inscriben 20 estudiantes.
  - a. Calcule la probabilidad de que dos o menos no terminen.
  - b. De que cuatro, exactamente, no terminen.
  - c. De que más de tres no terminen.
  - d. ¿Cuál es el número esperado de estudiantes que no terminan?
6. En el caso particular de una variable aleatoria binomial, es factible calcular la varianza empleando la fórmula  $\sigma^2 = np(1 - p)$ . En el caso del problema de la tienda de ropa Martin Clothing Store, en donde  $n = 3$  y  $p = 0.3$ , se encontró que  $\sigma^2 = np(1 - p) = 3(0.3)(0.7) = 0.63$ . Aplique la definición general de varianza para una variable aleatoria discreta, ecuación (5.5), y las probabilidades de la tabla 5.7 para comprobar que la varianza es 0.63
7. Veintitres por ciento de los automóviles no cuenta con un seguro (CNN, 23 de febrero de 2006). En un fin de semana determinado hay 35 automóviles que sufren un accidente.
  - a. ¿Cuál es el número esperado de estos automóviles que no cuentan con un seguro?
  - b. ¿Cuál es la varianza y la desviación estándar?
8. Considere una distribución de Poisson con  $\mu = 3$ .
  - a. Dé la adecuada función de probabilidad de Poisson.
  - b. Calcule  $f(2)$ .
  - c. Calcule  $f(1)$ .
  - d. Calcule  $P(x \geq 2)$ .
9. Considere una distribución de Poisson en que la media es de dos ocurrencias por un periodo de tiempo.
  - a. Dé la adecuada función de probabilidad de Poisson.
  - b. ¿Cuál es el número esperado de ocurrencias en tres periodos de tiempo?
  - c. Dé la adecuada función de probabilidad de Poisson para determinar la probabilidad de  $x$  ocurrencias en tres lapsos.
  - d. Calcule la probabilidad de dos ocurrencias en un periodo de tiempo.
  - e. Calcule la probabilidad de seis ocurrencias en tres periodos de tiempo.
  - f. Calcule la probabilidad de cinco ocurrencias en dos periodos de tiempo.
10. A la oficina de reservaciones de una aerolínea regional llegan 48 llamadas por hora.
  - a. Calcule la probabilidad de recibir cinco llamadas en un lapso de 5 minutos.
  - b. Estime la probabilidad de recibir exactamente 10 llamadas en un lapso de 15 minutos.
  - c. Suponga que no hay ninguna llamada en espera. Si el agente de viajes necesitará 5 minutos para la llamada que está atendiendo, ¿cuántas llamadas habrá en espera para cuando él termine? ¿Cuál es la probabilidad de que no haya ninguna llamada en espera?
  - d. Si en este momento no hay ninguna llamada, ¿cuál es la probabilidad de que el agente de viajes pueda tomar 3 minutos de descanso sin ser interrumpido por una llamada?
11. Durante el periodo en que una universidad recibe inscripciones por teléfono, llegan llamadas a una velocidad de una cada dos minutos.
  - a. ¿Cuál es el número esperado de llamadas en una hora?
  - b. ¿Cuál es la probabilidad de que haya tres llamadas en cinco minutos?
  - c. ¿De que no haya llamadas en un lapso de cinco minutos?

12. En Estados Unidos, cada año, más de 50 millones de huéspedes se alojan en un “Bread and breakfast” (B&B). El sitio Web dedicado a los alojamientos tipo Bread and Breakfast en Estados Unidos ([www.bestinns.net](http://www.bestinns.net)), que tiene un promedio aproximado de siete visitantes por minuto, permite a muchos B&B obtener huéspedes (*Time*, septiembre de 2001).
- Calcule la probabilidad de que no haya ningún visitante al sitio Web en un lapso de un minuto.
  - De que haya dos o más visitantes al sitio Web en un lapso de un minuto.
  - De que haya uno o más visitantes al sitio Web en un lapso de 30 segundos.
  - De que haya cinco o más visitantes al sitio Web en un lapso de un minuto.
13. Los pasajeros de las aerolíneas llegan en forma aleatoria e independiente al mostrador de revisión de pasajeros. La tasa media de llegada es 10 pasajeros por minuto.
- Calcule la probabilidad de que no llegue ningún pasajero en un lapso de un minuto.
  - Calcule la probabilidad de que lleguen tres o menos pasajeros en un lapso de un minuto.
  - De que no llegue ningún pasajero en un lapso de 15 segundos.
  - De que llegue por lo menos un pasajero en un lapso de 15 segundos.
14. Cada año ocurren en promedio 15 accidentes aéreos (*The World Almanac and Book of Facts*, 2004).
- Calcule el número medio de accidentes aéreos por mes.
  - Calcule la probabilidad de que no haya ningún accidente en un mes.
  - De que haya exactamente un accidente en un mes.
  - De que haya más de un accidente en un mes.
15. El National Safety Council de Estados Unidos estima que los accidentes fuera del trabajo tienen para las empresas un costo de casi \$200 mil millones anuales en pérdida de productividad. Con base en estos datos, las empresas que tienen 50 empleados esperan tener por lo menos tres accidentes fuera del trabajo por año. Para estas empresas con 50 empleados, conteste las preguntas siguientes.
- ¿Cuál es la probabilidad de que no haya ningún accidente fuera del trabajo en un año?
  - ¿De que haya por lo menos dos accidentes fuera del trabajo en un año?
  - ¿Cuál es el número esperado de accidentes fuera del trabajo en un lapso de seis meses?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que no haya ningún accidente fuera del trabajo en los próximos seis meses?
16. La compañía Airport Rent-a-Car opera de manera local y compite con varias alquiladoras más grandes. Airport Rent-a-Car está planeando ofrecer un nuevo contrato a los clientes potenciales que deseen alquilar un automóvil por sólo un día para devolverlo en el aeropuerto. La tarifa será de \$35 y el automóvil, un modelo compacto económico; el único gasto adicional del cliente será llenar el tanque del automóvil al término del día. Airport Rent-a-Car tiene planeado comprar cierto número de automóviles compactos al precio especial de \$6,300. La pregunta que se tiene que responder es: ¿cuántos automóviles deben comprar? Los ejecutivos de la compañía han estimado la siguiente distribución para la demanda diaria del servicio:

Número de automóviles alquilados	13	14	15	16	17	18
Probabilidad	0.08	0.15	0.22	0.25	0.21	0.09

La compañía pretende ofrecer el servicio seis días a la semana (312 días al año) y estima que el costo por automóvil por día será de \$2.50. Al término de un año, la compañía espera vender los automóviles y re-

cuperar el 50% del costo original. Sin tomar en cuenta el valor temporal del dinero ni cualquier otro gasto que no sea en efectivo, utilice el método de pérdida esperada para determinar el número óptimo de automóviles que debe comprar la compañía.

- 17 La empresa We Care Air debe tomar una decisión acerca del vuelo 105. Por ahora tienen tres asientos reservados para los pasajeros de última hora, pero la línea aérea no sabe si alguien los comprará. Si liberan los asientos, podrán venderlos a \$250 cada uno. Los clientes de última hora deben pagar \$475 por asiento. Deben tomar la decisión ahora y pueden liberar cualquier número de asientos. We Care Air cuenta con la ayuda de la siguiente distribución de probabilidad:

Número de clientes de último minuto	0	1	2	3
Probabilidad	0.45	0.30	0.15	0.10

La compañía también contempla una pérdida de \$150 debida a la mala imagen por cada cliente de última hora que no consigue asiento.

- ¿Qué ingreso se generaría al liberar los 3 asientos ahora?
  - ¿Cuál es el ingreso neto esperado de la compañía (ingreso menos pérdida por mala imagen) si se liberan los 3 asientos ahora?
  - ¿Cuál es el ingreso neto esperado si se liberan 2 asientos ahora?
  - ¿Cuántos asientos deben liberar para maximizar el ingreso esperado?
- 18 Para una distribución binomial con  $n = 7$  y  $p = 0.2$ , encuentre:
- $P(r = 5)$ .
  - $P(r > 2)$ .
  - $P(r < 8)$ .
  - $P(r \geq 4)$ .
- 19 Para una distribución binomial con  $n = 15$  y  $p = 0.2$ , use la tabla 3 del apéndice para encontrar
- $P(r = 6)$ .
  - $P(r \geq 11)$ .
  - $P(r \leq 4)$ .
- 20 Encuentre la media y la desviación estándar de las siguientes distribuciones binomiales:
- $n = 15, p = 0.20$ .
  - $n = 8, p = 0.42$ .
  - $n = 72, p = 0.06$ .
  - $n = 29, p = 0.49$ .
  - $n = 642, p = 0.21$ .