

Introducción a la Probabilidad

- La **probabilidad** es una medida numérica de la posibilidad de que ocurra un evento. Por tanto, las probabilidades son una medida del grado de incertidumbre asociado con cada uno de los eventos previamente enunciados.
- Los valores de probabilidad se encuentran en una escala de 0 a 1.
- **Por ejemplo:**
 - ¿Qué posibilidades hay de que disminuyan las ventas si aumentamos los precios?
 - ¿Qué posibilidad hay de que un método nuevo de ensamblado aumente la productividad?
 - ¿Cuáles son las posibilidades de que el producto se tenga listo a tiempo?
 - ¿Qué oportunidad existe de que una nueva invención sea rentable?

Introducción a la Probabilidad

Experimento

- Lanzar una moneda.
- Tomar una pieza para inspeccionarla.
- Realizar una llamada de ventas.
- Lanzar un dado.
- Jugar un partido de futbol

Resultado experimental

- Cara, cruz
- Con defecto, sin defecto
- Hay compra, no hay compra.
- 1, 2, 3, 4, 5, 6.
- Ganar, perder, empatar

Introducción a la Probabilidad

- La **probabilidad clásica** parte del supuesto de que los resultados de un experimento son igualmente posibles.

$$\text{Probabilidad de un evento} = \frac{\text{Número de resultados favorables}}{\text{Número total de posibles resultados}}$$

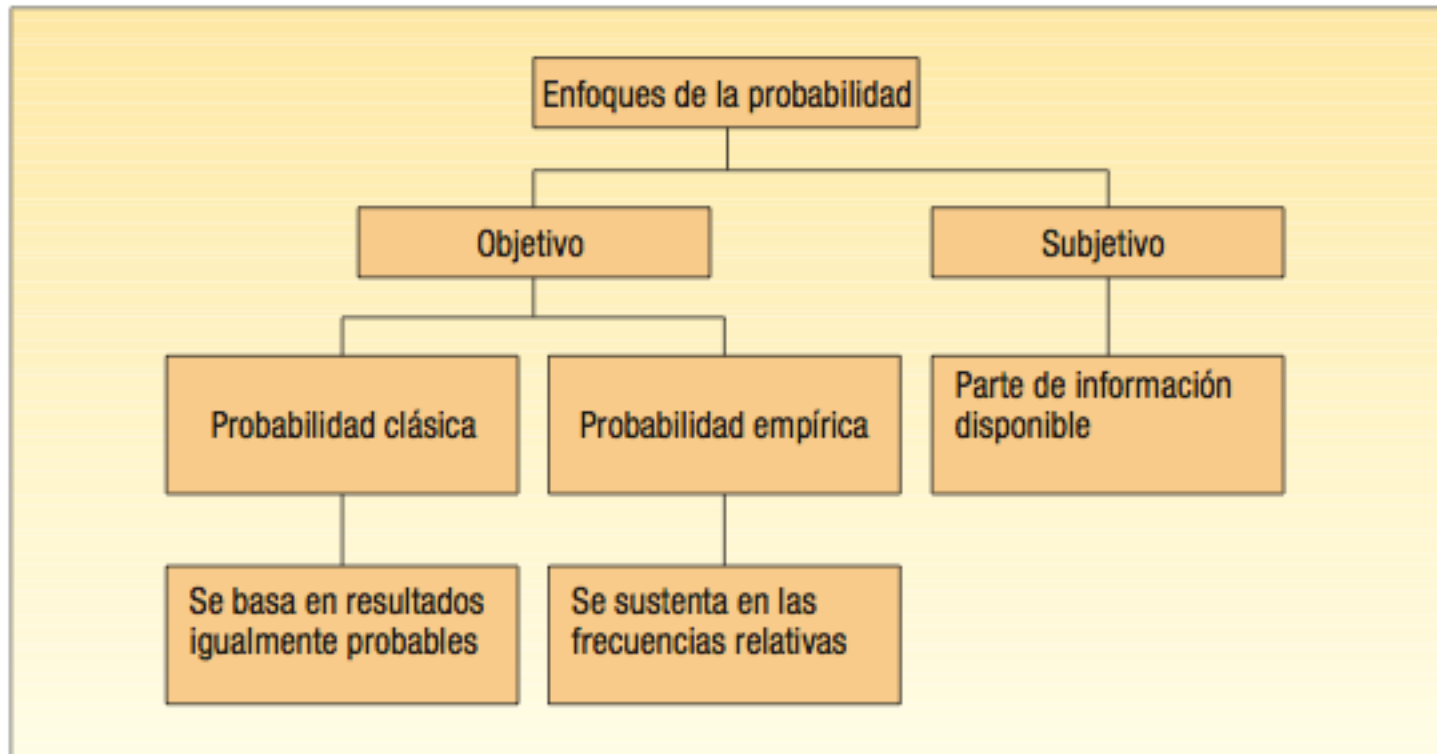
- **Probabilidad Empírica** La probabilidad de que un evento ocurra representa una fracción de los eventos similares que sucedieron en el pasado.

$$\text{Probabilidad empírica} = \frac{\text{Número de veces que el evento ocurre}}{\text{Número total de observaciones}}$$

- **Concepto Subjetivo De Probabilidad** posibilidad (probabilidad) de un evento en particular que asigna un individuo a partir de cualquier información que encuentre disponible.

Introducción a la Probabilidad

- Los enfoques de la probabilidad son:



Introducción a la Probabilidad

- Ejemplo:** El representante sindical B. Lou Khollar, tiene como anteproyecto un conjunto de demandas salariales y de prestaciones que debe presentar a la dirección. Para tener una idea del apoyo de los trabajadores al paquete, hizo un sondeo aleatorio en los dos grupos más grandes de trabajadores de la planta, los maquinistas (M) y los inspectores (I). Entrevistó a 30 de cada grupo con los siguientes resultados:

Opinión del paquete	M	I
Apoyo fuerte	9	10
Apoyo moderado	11	3
Indecisión	2	2
Oposición moderada	4	8
Oposición fuerte	4	7
	<u>30</u>	<u>30</u>

- ¿Cuál es la probabilidad de que un maquinista seleccionado al azar del grupo sondeado dé un apoyo moderado al paquete?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un inspector seleccionado al azar del grupo sondeado esté indeciso respecto al paquete?

Introducción a la Probabilidad

- d. ¿Cuál es la probabilidad de que un trabajador (maquinista o inspector) seleccionado al azar del grupo sondeado dé un apoyo fuerte o moderado al paquete?
- **Ejemplo:** Clasifique las siguientes estimaciones de probabilidad en cuanto a su tipo (clásica, frecuencia relativa o subjetiva):
 - a. La probabilidad de lograr un tiro de penal en hockey sobre hielo es 0.47.
 - b. La probabilidad de que renuncie el gobernador actual es 0.85.
 - c. La probabilidad de sacar dos seises al lanzar dos dados es $1/36$.
 - d. La probabilidad de que el presidente electo en un año que termina en cero muera durante su cargo es $7/10$.
 - e. La probabilidad de que vaya a Europa este año es 0.14.

Introducción a la Probabilidad

- Un **suceso o evento** es cualquier conjunto de resultados o consecuencias de un procedimiento.
- Un **suceso o evento simple** es un resultado o un suceso que ya no puede desglosarse en componentes más simples.
- El **espacio muestral** de un procedimiento se compone de todos los sucesos *simples* posibles. Es decir, el espacio muestral está formado por todos los resultados que ya no pueden desglosarse más.
- **Probabilidad Clásica**

$$\text{Probabilidad de un evento} = \frac{\text{número de resultados en los que se presenta el evento}}{\text{número total de resultados posibles}}$$

Introducción a la Probabilidad

REGLAS DE PROBABILIDAD

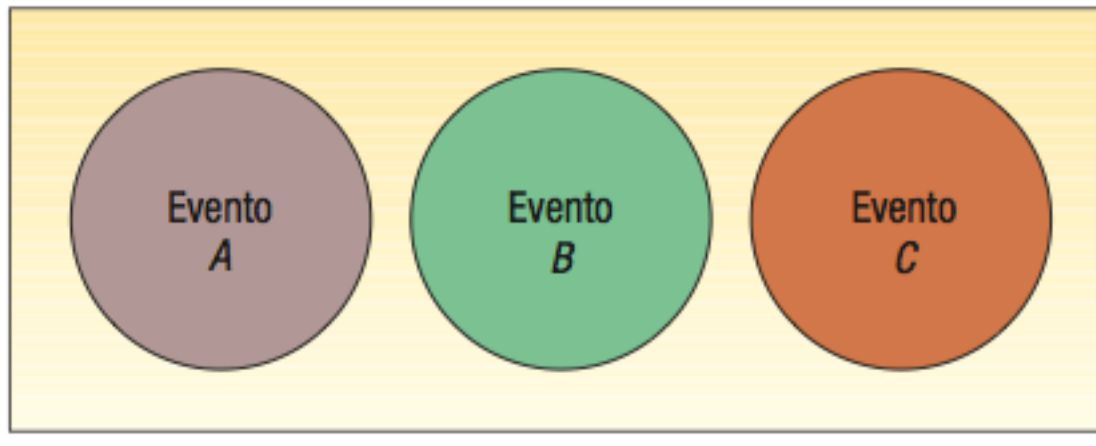
Regla especial de la adición Para aplicar la **regla especial de la adición**, los eventos deben ser *mutuamente excluyentes*. Es decir que cuando un evento ocurre, ninguno de los demás eventos puede ocurrir al mismo tiempo.

$$P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B)$$

Ejemplo: Una máquina automática llena bolsas de plástico con una combinación de frijoles, brócoli y otras verduras. La mayoría de las bolsas contiene el peso correcto, aunque, como consecuencia de la variación del tamaño del frijol y de otras verduras, un paquete podría pesar menos o más. Una revisión de 4 000 paquetes que se llenaron el mes pasado arrojó los siguientes datos:

Introducción a la Probabilidad

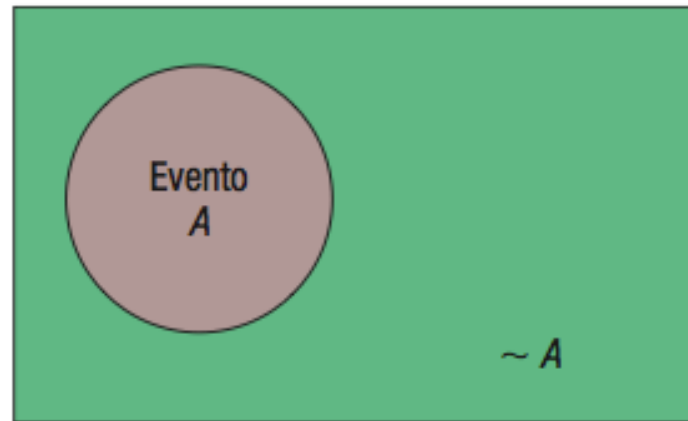
Peso	Evento	Numero de paquetes	Probabilidad de ocurrencia
Menos Peso	A	100	
Peso Satisfactorio	B	3600	
Mas Peso	C	300	
Totales		4000	



Introducción a la Probabilidad

- **Regla del complemento.** Se emplea para determinar la probabilidad de que un evento ocurra restando de 1 la probabilidad de un evento que no ha ocurrido

$$P(A) = 1 - P(\sim A)$$

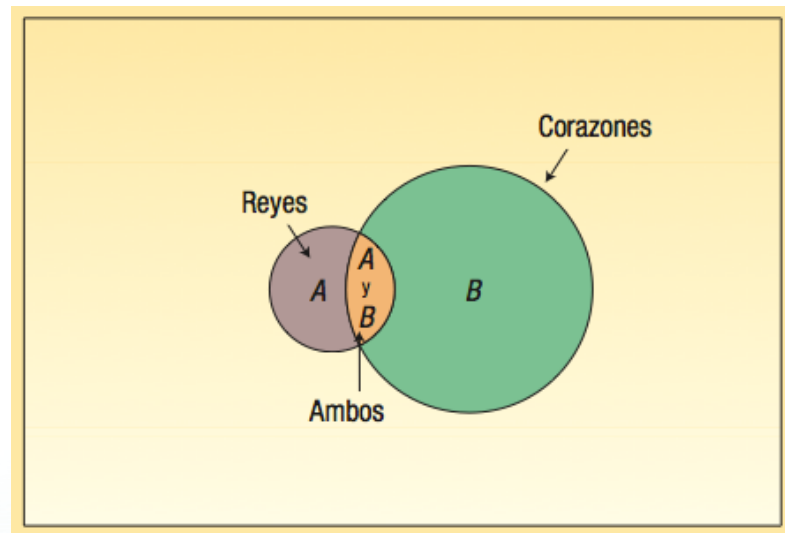


- **Ejemplo:** Considere el caso de un administrador de ventas que, después de revisar los informes de ventas, encuentra que 85% de los contactos con clientes nuevos no producen ninguna venta. ¿qué porcentaje producirá venta?

Introducción a la Probabilidad

- Regla de adición para eventos que no son mutuamente excluyentes:** Si dos eventos no son mutuamente excluyentes, es posible que ambos se presenten al mismo tiempo. En tales casos, debemos modificar la regla de adición.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Introducción a la Probabilidad

- **Ejemplo:** Cada año se llevan a cabo exámenes físicos de rutina como parte de un programa de servicios de salud para los empleados de General Concrete, Inc. Se descubrió que 8% de los empleados requieren calzado ortopédico; 15% necesitan tratamiento dental mayor y 3% tanto zapatos ortopédicos como tratamiento dental mayor.
 - a. ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado elegido de forma aleatoria requiera zapatos ortopédicos o tratamiento dental mayor?
 - b. Muestre esta situación en forma de diagrama de Venn.
- **Ejemplo:** Los eventos A y B son mutuamente excluyentes. Suponga que $P(A) = 0.30$ y $P(B) = 0.20$. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran ya sea A o B ? ¿Cuál es la probabilidad de que ni A ni B sucedan?

Introducción a la Probabilidad

- **Regla especial de la multiplicación:** La regla especial de la multiplicación requiere que dos eventos, A y B , sean independientes, y lo son si el hecho de que uno ocurra no altera la probabilidad de que el otro suceda.
- **INDEPENDENCIA** Si un evento ocurre, no tiene ningún efecto sobre la probabilidad de que otro evento acontezca.

$$P(A \text{ y } B) = P(A)P(B)$$

- **Ejemplo:** Una encuesta que llevó a cabo la American Automobile Association (AAA) reveló que el año pasado 60% de sus miembros hicieron reservaciones en líneas aéreas. Dos de ellos fueron seleccionados al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos hicieran reservaciones el año pasado?

Introducción a la Probabilidad

- **Ejemplo:** En una gasolinería que por experiencia sabe que 80% de los clientes usan tarjeta de crédito al pagar la gasolina. ¿Cuál es la probabilidad de que los dos siguientes clientes paguen la gasolina con tarjeta de crédito?
- **TABLA DE CONTINGENCIA:** Tabla que se utiliza para clasificar observaciones de una muestra, de acuerdo con dos o más características identificables. consiste en una tabulación cruzada que resume simultáneamente dos variables de interés, así como la relación entre éstas

Introducción a la Probabilidad

- **Ejemplo:** Una encuesta de 150 adultos clasificados según su género y la cantidad de películas que vieron en el cine el mes pasado. Cada entrevistado se clasifica de acuerdo con dos criterios: la cantidad de películas que ha visto y el género.

Películas vistas	Género		Total
	Hombres	Mujeres	
0	20	40	60
1	40	30	70
2 o más	10	10	20
Total	70	80	150

- **Ejemplo:** La American Coffee Producers Association proporciona la siguiente información sobre la edad y la cantidad de café que se consumió en un mes.

Edad (años)	Consumo de café			Total
	Bajo	Moderado	Alto	
Menos de 30	36	32	24	92
30 a 40	18	30	27	75
40 a 50	10	24	20	54
50 o más	26	24	29	79
Total	90	110	100	300

- **PROBABILIDAD CONDICIONAL**

Probabilidad de que un evento en particular ocurra, dado que otro evento haya acontecido. Esta se denota mediante

$P(A/B) = P(A)$ la probabilidad que ocurra A, ya habiendo ocurrido B.

- **REGLA GENERAL DE LA MULTIPLICACIÓN**

$$P(A \text{ y } B) = P(A)P(B|A)$$

Esta regla general de la multiplicación sirve para determinar la probabilidad conjunta de dos eventos cuando éstos no son independientes.

Introducción a la Probabilidad

Ejemplo: Un golfista tiene 12 camisas en su clóset. Suponga que 9 son blancas y las demás azules. Como se viste de noche, simplemente toma una camisa y se la pone. Juega golf dos veces seguidas y no las lava. ¿Cuál es la probabilidad de que las dos camisas elegidas sean blancas?



Ejemplo: La junta directiva de Tarbell Industries consta de ocho hombres y cuatro mujeres. Un comité de cuatro miembros será elegido al azar para llevar a cabo una búsqueda, en todo el país, del nuevo presidente de la compañía.

- ¿Cuál es la probabilidad de que los cuatro miembros del comité de búsqueda sean mujeres?
- ¿De que los cuatro miembros del comité de búsqueda sean hombres?
- ¿Las probabilidades de los eventos descritos en los incisos *a)* y *b)* suman 1? Explique su res- puesta.

TEOREMA DE BAYES

- El teorema de Bayes es aplicable cuando los eventos para los que se quiere calcular la probabilidad revisada son mutuamente excluyentes y su unión es todo el espacio muestral.
- En el caso de n eventos mutuamente excluyentes A_1, A_2, \dots, A_n , cuya unión sea todo el espacio muestral, el teorema de Bayes aplica para calcular cualquiera de las probabilidades posteriores $P(A_i | B)$ como se muestra a continuación

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i)P(B/A_i)}{P(A_1)P(B/A_1) + P(A_2)P(B/A_2) + \dots + P(A_n)P(B/A_n)}$$

Introducción a la Probabilidad

Ejemplo: Una empresa de consultoría presenta una oferta para un gran proyecto de investigación. El director de la firma piensa inicialmente que tiene 50% de posibilidades de obtener el proyecto. Sin embargo, mas tarde, el organismo al que se le hizo la oferta pide más información sobre la oferta. Por experiencia se sabe que en 75% de las ofertas aceptadas y en 40% de las ofertas no aceptadas, este organismo solicita más información.

- ¿Cuál es la probabilidad previa de que la oferta sea aceptada (es decir, antes de la solicitud de más información)?
- ¿Cuál es la probabilidad condicional de que se solicite más información dado que la oferta será finalmente aceptada?
- Calcule la probabilidad posterior de que la oferta sea aceptada dado que se solicitó más información.

Introducción a la Probabilidad

Ejemplo: En una pequeña empresa de tejidos se obtiene su producción con tres máquinas hiladoras M_1 , M_2 y M_3 que producen respectivamente 50%, 30% y el 20% del número total de artículos producidos. Los porcentajes de productos defectuosos producidos por estas máquinas son 3%, 4% y 5%. Si se selecciona un artículo al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que el artículo sea defectuoso ?

- Solución:

Sea

D el evento: Que sea un artículo defectuoso.

$$P(M_1) = 0.50 \qquad P(D/M_1) = 0.03$$

$$P(M_2) = 0.30 \qquad P(D/M_2) = 0.04$$

$$P(M_3) = 0.20 \qquad P(D/M_3) = 0.05$$

$$\begin{aligned} P(D) &= P(D/M_1) P(M_1) + P(D/M_2) P(M_2) + P(D/M_3) P(M_3) \\ &= 0.03(0.50) + 0.04(0.30) + 0.05(0.20) = 0.037 \end{aligned}$$

Introducción a la Probabilidad

Ejemplo: En una pequeña empresa de tejidos se obtiene su producción con tres máquinas hiladoras M_1 , M_2 y M_3 que producen respectivamente 50%, 30% y el 20% del número total de artículos producidos. Los porcentajes de productos defectuosos producidos por estas máquinas son 3%, 4% y 5%. Supóngase que se selecciona un artículo al azar y resulta ser defectuoso. ¿Cuál sería la probabilidad de que el artículo haya sido producido por la máquina M_1 ?

- Solución

Sea

D: Que el artículo sea defectuoso

ND: Que el artículo no sea defectuoso

M_1 : Que haya sido producido por la máquina 1

M_2 : Que haya sido producido por la máquina 2

M_3 : Que haya sido producido por la máquina 3

$$P(M_1) = 0.50$$

$$P(D/M_1) = 0.03$$

$$P(M_2) = 0.30$$

$$P(D/M_2) = 0.04$$

$$P(M_3) = 0.20$$

$$P(D/M_3) = 0.05$$

Introducción a la Probabilidad

$$P(M_1 / D) = \frac{P(M_1)P(D / M_1)}{P(M_1)P(D / M_1) + P(M_2)P(D / M_2) + P(M_3)P(D / M_3)}$$

$$= \frac{P(M_1)P(D / M_1)}{P(D)} = \frac{(0.50)(0.03)}{0.037} = 0.4054$$