METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- **Jacobi**

  El método de Jacobi es un proceso simple de iteraciones de punto fijo en la solución de raíces de una ecuación. La iteración de punto fijo tiene dos problemas fundamentales :

  – Algunas veces no converge
  – Cuando lo hace, es a menudo, muy lento.

  Esquema grafico que muestra el método de iteración de Jacobi, en la solución de ecuaciones algebraicas lineales simultaneas.

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Considere un sistema de la forma $AX = B$:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Al realizar la operación matricial, obtenemos:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

De lo previamente obtenido podemos despejar cada variable en orden de cada fila, con lo cual tenemos:

$$x_1 = \frac{b_1}{a_{11}} - \frac{a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n}{a_{11}}$$

$$x_2 = \frac{b_2}{a_{22}} - \frac{a_{21}x_1 + \cdots + a_{2n}x_n}{a_{22}}$$

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

$$x_n = \frac{b_n}{a_{nn}} - \frac{a_{n1}x_1 + \cdots + a_{nn-1}x_{n-1}}{a_{nn}}$$

De las variables despejadas podemos llegar a un algoritmo de la forma:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}^{(k)} = \begin{pmatrix} 0 & {-a_{12}}/{a_{11}} & \cdots & {-a_{1n}}/{a_{11}} \\ {-a_{21}}/{a_{22}} & 0 & \cdots & {-a_{2n}}/{a_{22}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ {-a_{n1}}/{a_{nn}} & {-a_{n2}}/{a_{nn}} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}^{(k-1)} + \begin{pmatrix} {b_1}/{a_{11}} \\ {b_2}/{a_{22}} \\ \vdots \\ {b_n}/{a_{nn}} \end{pmatrix}$$

Este algoritmo comúnmente es expresado: $X^k = TX^{k-1} + C$ donde la matriz y vectores que lo conforman se pueden distinguir claramente de la forma matricial antes presentada.

$$\left|\varepsilon_{a,i}\right| = \left|\frac{x_i^k - x_i^{k-1}}{x_i^k}\right| * 100 < \varepsilon_s$$

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- **Ejemplo :** resuelva el siguiente sistema por el método de Jacobi

$$
\begin{aligned}
4x_1 - x_2 &= 1 \\
-x_1 + 4x_2 - x_3 &= 1 \\
-x_2 + 4x_3 - x_4 &= 1 \\
-x_3 + 4x_4 &= 1
\end{aligned}
$$

con $\varepsilon_s = 0.01$

$$\left|\varepsilon_{a,i}\right| = \left|\frac{x_i^k - x_i^{k-1}}{x_i^k}\right| * 100 < \varepsilon_s$$

despejando las ecuaciones

$$x_1 = \frac{x_2 + 1}{4} \qquad x_2 = \frac{x_1 + x_3 + 1}{4} \qquad x_3 = \frac{x_2 + x_4 + 1}{4} \qquad x_4 = \frac{x_3 + 1}{4}$$

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

k	x_1^k	x_2^k	x_3^k	x_4^k	$\lvert\varepsilon_{a,1}\rvert$	$\lvert\varepsilon_{a,2}\rvert$	$\lvert\varepsilon_{a,3}\rvert$	$\lvert\varepsilon_{a,4}\rvert$
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000				
1	0.25000	0.25000	0.25000	0.25000	100	100	100	100
2	0.31250	0.37500	0.37500	0.31250	20	33.3333333	33.3333333	20
3	0.34375	0.42188	0.42188	0.34375	9.09090909	11.1111111	11.1111111	9.09090909
4	0.35547	0.44141	0.44141	0.35547	3.2967033	4.42477876	4.42477876	3.2967033
5	0.36035	0.44922	0.44922	0.36035	1.35501355	1.73913043	1.73913043	1.35501355
6	0.36230	0.45239	0.45239	0.36230	0.53908356	0.70156503	0.70156503	0.53908356
7	0.36310	0.45367	0.45367	0.36310	0.21852412	0.28252388	0.28252388	0.21852412
8	0.36342	0.45419	0.45419	0.36342	0.08817231	0.11422428	0.11422428	0.08817231
9	0.36355	0.45440	0.45440	0.36355	0.03567606	0.04617232	0.04617232	0.03567606
10	0.36360	0.45449	0.45449	0.36360	0.01442574	0.01867531	0.01867531	0.01442574
11	0.36362	0.45452	0.45452	0.36362	0.00583553	0.00755349	0.00755349	0.00583553

IMPORTANTANTE: Otro manera de poder resolverse utilizando otro criterio de paro o de convergencia:

$$\left|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right| = d_1$$

$$d_1 = \sqrt{\left(x_1^{k+1} - x_1^k\right)^2 + \left(x_2^{k+1} - x_2^k\right)^2 + \ldots + \left(x_n^{k+1} - x_n^k\right)^2}$$

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

k	x_1^k	x_2^k	x_3^k	x_4^k	$\left\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right\| = d_1$
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
1	0.25000	0.25000	0.25000	0.25000	0.5
2	0.31250	0.37500	0.37500	0.31250	0.197642354
3	0.34375	0.42188	0.42188	0.34375	0.07967218
4	0.35547	0.44141	0.44141	0.35547	0.032211763
5	0.36035	0.44922	0.44922	0.36035	0.013028969
6	0.36230	0.45239	0.45239	0.36230	0.005270272

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de Jacobi con $\varepsilon = 10^{-2}$

$$
\begin{aligned}
-x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 &= 10 \\
x_1 + 9x_2 + 8x_3 + 4x_4 &= 15 \\
x_2 + x_4 &= 2 \\
2x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= -3
\end{aligned}
$$

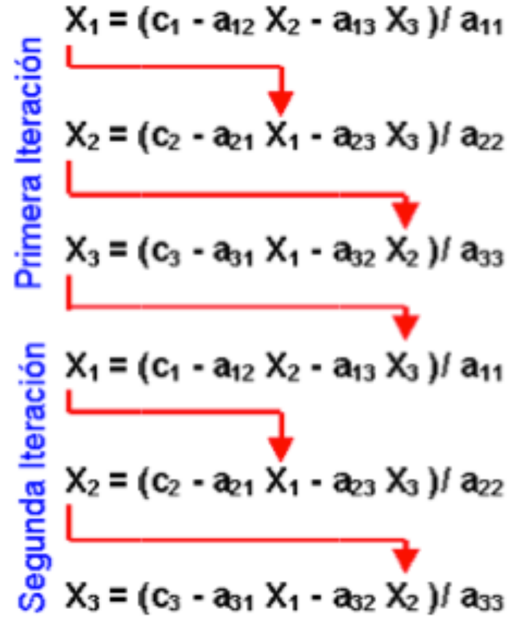
METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- **Gauss – Seidel**

  Los métodos iterativos o aproximados proveen una alternativa en los métodos de eliminación. El método de Gauss-Seidel es el método iterativo más comúnmente usado. Suponga que se da un conjunto de n ecuaciones:

$$[A]\{X\} = \{B\}$$

$$\left|\varepsilon_{a,i}\right| = \left|\frac{x_i^k - x_i^{k-1}}{x_i^k}\right| * 100 < \varepsilon_s$$



METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- **Ejemplo :** resuelva el siguiente sistema por el método de Gauss – Seidel

$$
\begin{aligned}
4x_1 - x_2 &= 1 \\
-x_1 + 4x_2 - x_3 &= 1 \\
-x_2 + 4x_3 - x_4 &= 1 \\
-x_3 + 4x_4 &= 1
\end{aligned}
$$

Despejando las ecuaciones

$$x_1 = \frac{x_2 + 1}{4} \qquad x_2 = \frac{x_1 + x_3 + 1}{4} \qquad x_3 = \frac{x_2 + x_4 + 1}{4} \qquad x_4 = \frac{x_3 + 1}{4}$$

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

k	x_1^k	x_2^k	x_3^k	x_4^k	$\left\|x^{(k+1)} - x^{(k)}\right\| = d_1$
0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
1	0.25000	0.31250	0.32813	0.33203	0.61487
2	0.32813	0.41406	0.43652	0.35913	0.17001
3	0.35352	0.44751	0.45166	0.36292	0.04480
4	0.36188	0.45338	0.45407	0.36352	0.01052

Considere el sistema AX=B dado por:

$$\begin{cases} 0.4x + 1.1y + 3.1z = 7.5 \\ 4x + 0.15y + 0.25z = 4.45 \\ 2x + 5.6y + 3.1z = 0.1 \end{cases}$$

De ser posible manipule el sistema de tal forma que se garantice la convergencia del método de Gauss Seidel, determine la solución de este sistema con un vector inicial (1,1,1) y con una tolerancia de 10^{-4}.

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- **Sistemas de ecuaciones no lineales**

- **Método iterativo secuencial**

A continuación se dan ejemplos:

a)

$$f_1(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 4 = 0$$
$$f_2(x_1, x_2) = x_2 - x_1^2 = 0$$

b)

$$f_1(x_{1,} x_2) = 10(x_2 - x_1^2) = 0$$
$$f_2(x_1, x_2) = 1 - x_1 = 0$$

c)

$$f(x_1, x_{2,} x_3) = x_1 x_2 x_3 - 10x_1^3 + x_2 = 0$$
$$f(x_1, x_{2,} x_3) = x_1 + 2x_2 x_3 + sen(x_2) - 15 = 0$$
$$f(x_1, x_{2,} x_3) = x_2^2 - 5x_1 x_3 - 3x_3^3 + 3 = 0$$

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- **Ejemplo:** Encuentre una solución del sistema de ecuaciones no lineales

Solución:

Despejar x

$$x = \frac{x^2 + y^2 + 8}{10}$$

Despejar y

$$y = \frac{xy^2 + x + 8}{10}$$

Con la notación de la ecuación :

$$x^{k+1} = \frac{(x^k)^2 + (y^k)^2 + 8}{10}$$

$$y^{k+1} = \frac{x^k(y^k)^2 + (y^k)^2 + 8}{10}$$

con los valores iniciales $x^0 = 0, y^0 = 0,$ se inicia el proceso iterativo

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Con la notación de la ecuación :

$$x^{k+1} = \frac{(x^k)^2 + (y^k)^2 + 8}{10} \qquad y^{k+1} = \frac{x^k(y^k)^2 + (y^k)^2 + 8}{10}$$

con los valores iniciales $x^0 = 0, y^0 = 0,$ se inicia el proceso iterativo

Primera iteración

$$x^1 = \frac{0^2 + 0^2 + 8}{10} = 0.8 \qquad y^1 = \frac{0(0)^2 + 0 + 8}{10} = 0.8$$

Segunda iteración

$$x^2 = \frac{(0.8)^2 + (0.8)^2 + 8}{10} = 0.928 \qquad y^2 = \frac{0.8(0.8)^2 + 0.8 + 8}{10} = 0.9312$$

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

k	x^k	y^k
0	0.00000	0.00000
1	0.80000	0.80000
2	0.92800	0.93120
3	0.97283	0.97327
4	0.98937	0.98944
5	0.99578	0.99579
6	0.99832	0.99832
7	0.99933	0.99933
8	0.99973	0.99973
9	0.99989	0.99989
10	0.99996	0.99996
11	0.99998	0.99998
12	0.99999	0.99999
13	1.00000	1.00000

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- **Problema :** Encuentre una solución del sistema de ecuaciones no lineales, utilizando el método de punto fijo multivariable con desplazamiento sucesivos

$$f_1(x, y) = x^2 - 10x + y^2 + 8 = 0$$
$$f_2(x, y) = xy^2 + x - 10y + 8 = 0$$

- Una condición suficiente aunque no necesaria , para asegurar la convergencia es que

$$\left|\frac{\partial g_1}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial g_2}{\partial x}\right| \leq M < 1; \left|\frac{\partial g_1}{\partial y}\right| + \left|\frac{\partial g_2}{\partial y}\right| \leq M < 1$$

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- **Sistemas de ecuaciones de Newton**

El método iterativo para sistemas de ecuaciones convergen linealmente. Como en el método de una incógnita, puede crearse un método de convergencia cuadrática, es decir, el método de Newton–Raphson multivariable, a continuación se obtendrá este procedimiento para dos variables; la extensión a tres o mas variables es viable generalizando los resultados. Supóngase que se esta resolviendo el sistema.

$$f_1(x,y)=0$$
$$f_2(x,y)=0$$

Donde ambas funciones son continuas y diferenciables, de modo que puedan expandirse en serie de Taylor. Esto es:

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- **Sistemas de ecuaciones de Newton**

$$f(x,y) = f(a,b) + \frac{\partial f}{\partial x}(x-a) + \frac{\partial f}{\partial x}(y-b) +$$

$$\frac{1}{2!}\left[\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial x}(x-a)^2 + 2\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x-a)(y-b) +\right.$$

$$\left.\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(y-b)^2 \quad\right] + \ldots$$

donde $f(x, y)$, se ha expandido alrededor de un punto (a, b) y todas las derivadas parciales están evaluadas en (a, b)

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- Para simplificar aun mas se cambia la notación con:

$$x^{k+1} - x^{k} = h$$

$$y^{k+1} - y^{k} = j$$

- y así queda la (k + 1) – ésima iteración en términos de la k – ésima , como se ve a continuación:

$$x^{k+1} = x^{k} + h$$

$$y^{k+1} = y^{k} + j$$

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- la sustitución de la ecuación :

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} h + \frac{\partial f_1}{\partial y} j = -f_1(x^k, y^k)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x} h + \frac{\partial f_2}{\partial y} j = -f_2(x^k, y^k)$$

- ıcógnitas h y j.

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- Este sistema de ecuaciones lineales resultante tiene solución única, siempre que el determinante de la matriz de coeficiente o matriz j no sea cero; es decir, si

$$|J| = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x} & \dfrac{\partial f_1}{\partial y} \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x} & \dfrac{\partial f_2}{\partial y} \end{vmatrix} \neq 0$$

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- **Ejemplo:** Use el método de Newton–Raphson para encontrara una solución aproximada del sistema:

$$f_1(x, y) = x^2 - 10x + y^2 + 8 = 0$$
$$f_2(x, y) = xy^2 + x - 10y + 8 = 0$$

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x} = 2x - 10 & \dfrac{\partial f_1}{\partial y} = 2y \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x} = y^2 + 1 & \dfrac{\partial f_2}{\partial y} = 2xy - 10 \end{bmatrix}$$

que aumentada en el vector de funciones resulta en:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1}{\partial x} = 2x - 10 & \dfrac{\partial f_1}{\partial y} = 2y & -x^2 + 10x - y^2 - 8 \\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x} = y^2 + 1 & \dfrac{\partial f_2}{\partial y} = 2xy - 10 & -xy^2 - x + 10y - 8 \end{bmatrix}$$

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

primera iteración

al evaluar la matriz en $\left[x^0, y^0\right]^T$ se obtiene :

$$\begin{bmatrix} -10 & 0 & -8 \\ 1 & -10 & -8 \end{bmatrix}$$

que al resolverse por eliminación de Gauss da

h = 0.8, j = 0.88

al sustituir en la ecuación se obtiene

$$x^1 = x^0 + h = 0 + 0.8 = 0.8$$
$$y^1 = y^0 + j = 0 + 0.88 = 0.88$$

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Calculo de la distancia entre x^0 y x^1

$$\left|x^{(1)} - x^{(0)}\right| = \sqrt{(0.8-0)^2 + (0.88-0)^2} = 1.18929$$

segunda iteración

al evaluar la matriz en $\left[x^1, y^1\right]^T$ se obtiene :

$$\begin{bmatrix} -8.400 & 1.7600 & -1.41440 \\ 1.7744 & -8.592 & -0.61952 \end{bmatrix}$$

que al resolverse por eliminación de Gauss da

h = 0.19179, j = 0.11171

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

al sustituir en la ecuación se obtiene

$$x^2 = x^1 + h = 0.8 + 0.19179 = 0.99179$$

$$y^2 = y^2 + j = 0.88 + 0.11171 = 0.99171$$

Calculo de la distancia entre x^1 y x^2

$$\left| x^{(1)} - x^{(0)} \right| = \sqrt{(0.99179 - 0.8)^2 + (0.99171 - 0.88)^2} = 0.22190$$

METODOS DE SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES

- Con la continuación de este proceso iterativo se obtienen los resultados siguientes:

k	x^k	y^k	$\left\|x^{k+1} - x^k\right\|$
0	0.00000	0.00000	------
1	0.80000	0.88000	1.18929
2	0.99179	0.99171	0.22195
3	0.99998	0.99997	0.01163
4	1.00000	1.00000	0.00004

Uso de Excel para resolver sistemas lineales

- Ejemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/3 \\ 1 & 2/3 & 1/2 \\ 1 & 3/4 & 3/5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.833333 \\ 2.166667 \\ 2.35 \end{Bmatrix}$$

	A	B	C	D	E	F
1		1	0.5	0.33333333		1.83333333333333
2	[A] =	1	0.66666667	0.5	{B}=	2.16666666666667
3		1	0.75	0.6		2.35000000000000
4						
5		**9**	**–18**	**10**		**0.99999999999992**
6	[A]–1 =	**–36**	**96**	**–60**	**{X}=**	**1.00000000000043**
7		**30**	**–90**	**60**		**0.99999999999960**

=MINVERSE(B1:D3)

=MMULT(B5:D7,F1:F3)

Interpolación polinómicas

- **Polinomio de LaGrange**

Se define como polinomio de interpolación de LaGrange al polinomio de la forma:

$$p(x) = L_0 f(x_0) + L_1 f(x_1) + L_2 f(x_2) + \dots + L_n f(x_n)$$

De grado *n* definido en el intervalo $[x_0, x_n]$ donde los factores $f(x_j)$ corresponden a las funciones evaluadas en cada uno de los valores en el eje *x*. Además los factores *L* se calculan de la siguiente forma:

$$L(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^{n} \frac{x - x_i}{x_k - x_i}$$

Estos coeficientes *L* cumplen las siguientes propiedades:

- $L_k(x_i) = 0, i \neq k$
- $L_k(x_i) = 1, i = k$

Interpolación polinómicas

- Finalmente a los puntos (x_0, y_0), (x_1, y_1),..., (x_n, y_n) se los denomina puntos de interpolación y a los valores x_0, x_1,..., x_n se los denomina nodos de interpolación.

- **Ejemplos:** *Obtener con la tabla adjunta, una aproximación a la solución de x-p(x)=0 donde p(x) es el polinomio de LaGrange usando los puntos dados.*

x	$f(x)$
0.3	0.740818
0.4	0.670320
0.5	0.606531
0.6	0.548812

Recordamos que el polinomio de LaGrange tendrá la forma:

$$p(x) = L_0 f(x_0) + L_1 f(x_1) + L_2 f(x_2) + \dots + L_n f(x_n)$$

Interpolación polinómicas

- Por lo que calculamos los valores de los coeficientes *L.*

$$L_0 = \frac{(x-0.4)(x-0.5)(x-0.6)}{(0.3-0.4)(0.3-0.5)(0.3-0.6)}$$

$$L_1 = \frac{(x-0.3)(x-0.5)(x-0.6)}{(0.4-0.3)(0.4-0.5)(0.4-0.6)}$$

$$L_2 = \frac{(x-0.3)(x-0.4)(x-0.6)}{(0.5-0.3)(0.5-0.4)(0.5-0.6)}$$

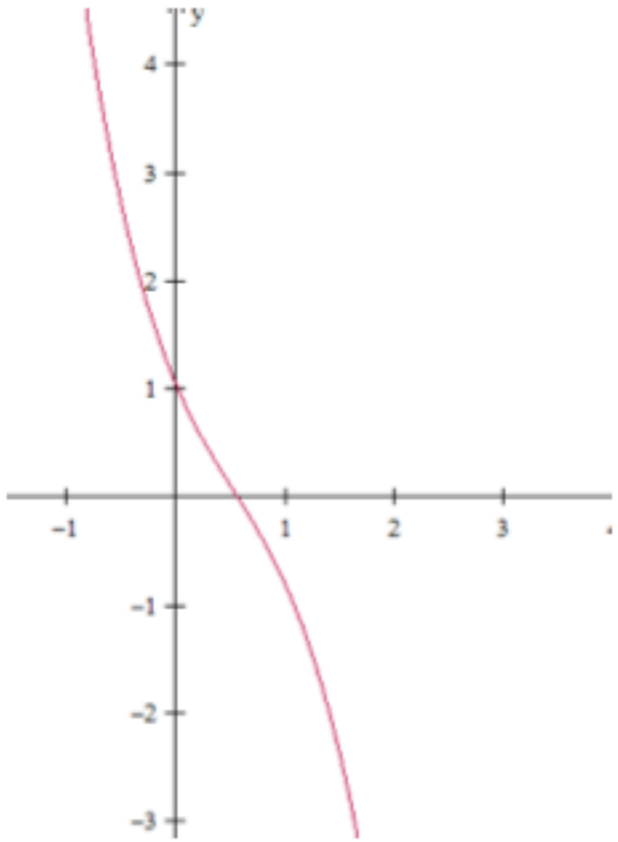
$$L_3 = \frac{(x-0.3)(x-0.4)(x-0.5)}{(0.6-0.3)(0.6-0.4)(0.6-0.5)}$$

- Resolviendo los productos entre los *Lf(x)* para cada *x* se obtiene:

$$p(x) = -0.939833x^3 + 1.46325x^2 - 1.3815166x + 1.048956$$

Interpolación polinómicas

- Gráfica de *p(x)-x.*



- Debemos recordar que lo solicitado fue *x=p(x),* se puede resolver el problema mediante el método de Newton, para lo cual se usa el algoritmo aplicándolo a *F(x)=p(x)-x=0:*

Interpolación polinómicas

- **Ejemplo:**

La función de variable real $f(x) = e^x \cos(x) + 1, 0 \leq x \leq \pi$, será aproximada con el polinomio de segundo grado P(x) que incluye a los tres puntos f(0), f(π/2), f(π). Encuentre la magnitud del mayor error E(x)=f(x)-p(x), que se produciría al usar esta aproximación. Resuelva la ecuación no lineal resultante con la fórmula de Newton con un error máximo de 0.0001.

X	f(x)
0	2
1.570796327	1
3.141592654	-22.1406926

2. Luego procedemos a ... n, para esto primero bosquejamos el polinomio. El mismo tendrá la forma.

Interpolación polinómicas

$$p(x) = L_0 f(x_0) + L_1 f(x_1) + L_2 f(x_2)$$

A continuación calculamos los coeficientes L:

$$L_0 = \frac{(x - \pi/2)(x - \pi)}{(0 - \pi/2)(0 - \pi)}$$

$$L_1 = \frac{(x - 0)(x - \pi)}{\left(\frac{\pi}{2} - 0\right)\left(\frac{\pi}{2} - \pi\right)}$$

$$L_2 = \frac{(x - 0)(x - \pi/2)}{(\pi - 0)(\pi - \pi/2)}$$

Reemplazamos en el bosquejo del polinomio obteniendo:

$$p(x) = L_0 f(x_0) + L_1 f(x_1) + L_2 f(x_2)$$

$$p(x) = -4.4866423618x^2 + 6.41098156922x + 2$$

La función error será entonces:

Interpolación polinómicas

La función error será entonces:

$$E(x) = f(x) - p(x) = e^x \cos(x) + 1 + 4.4866423618x^2 - 6.41098156922x - 2$$

Aplicamos la formula de Newton para la derivada *E'(x)* dado que necesitamos ver donde la misma vale cero, lo que nos indicará el máximo error en el intervalo.

$$E'(x) = e^x \cos(x) - e^x sen(x) + 2(4.4866423618)x - 6.41098156922 = 0$$

Asimismo necesitaremos E'', para completar el algoritmo de Newton:

$$E''(x) = e^x \cos(x) - e^x sen(x) - e^x sen(x) - e^x \cos(x) + 2(4.4866423618)$$

El algoritmo tomará la forma:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{e^{x_n} \cos(x_n) - e^{x_n} sen(x_n) + 2(4.4866423618)x_n - 6.41098156922}{-2e^{x_n} sen(x_n) + 2(4.4866423618)}$$

Interpolación polinómicas

Tomaremos como aproximación inicial a x_0=0.9 (invitamos al lector a verificar el porqué de la elección de esta aproximación inicial graficando la función $E(x)$).

La tabla de valores con el algoritmo y la aproximación inicial es la siguiente:

n	x_n	x_{n+1}	***Tol***
0	0.9	0.732452	0.167548
1	0.732452	0.69277035	0.03968165
2	0.69277035	0.68449156	0.00827879
3	0.68449156	0.68281125	0.00168031
4	0.68281125	0.68247214	0.00033911
5	0.68247214	0.68240378	6.836E-05

Por lo que el máximo error se da en x=0.68240378, el mismo tiene un valor de 1.75 aproximadamente.