NÚMEROS REALES

Conjunto de los Naturales: El conjunto de los números Naturales se formalizó para dar respuesta a la necesidad de contar en una base generalizada, la base 10. Con los dígitos se forma cualquier número natural. El conjunto de los números naturales, se denota por N y se presenta así: $N = \{1,2,3,4,\ldots\}$

Conjunto de los Enteros: El conjunto de los números Enteros surge de la necesidad de dar solución general a la sustracción, cuando el sustraendo es mayor que el minuendo, esta sustracción no tiene solución en los números Naturales. Por ejemplo: $5-20=?$ Se denota por Z y se representa así: $Z = \{\ldots -4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,\ldots\}$

Conjunto de los Racionales. El conjunto de los números Racionales se creó debido a las limitaciones de cálculo que se presentaban en el conjunto de los números Naturales y números Enteros. Un número es racional, si y sólo si, puede expresarse como división de dos números enteros, cuyo divisor es distinto de cero. Esta división se representa como fracción, donde el dividendo recibe el nombre de numerador y el divisor de denominador. Se denota por Q y se representa así: $Q = \left\{\frac{m}{n} / m,n \in Z \quad \wedge \quad n \neq 0\right\}$

Los números racionales se ubican en una de la siguientes características: Ser entero, tener una expresión decimal finita, o tener una expresión decimal infinita periódica.

$\frac{10}{2} = 5$ $\qquad$ $\frac{30}{8} = 3.75$ $\qquad$ $\frac{2}{3} = 0,666666\ldots$

Conjunto de los Irracionales. Es el conjunto de números cuya expresión decimal no es finita ni periódica, estos números no pueden transformarse en una fracción. Se denota con la letra Q'**.** Como ejemplos de ellos tenemos todas las raíces no exactas como $\sqrt{3}, \sqrt{5}$, etc. Igualmente el número π, la constante e, base de los logaritmos naturales, entre otros.

Conjunto de los Reales. Es el conjunto de números formado por la unión de los números Racionales e Irracionales. Se denota por R y se representa así:

$$R = \{Q \cup Q'\}$$

PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES EN R

Las operaciones de suma y producto definidas en R cumplen ciertas propiedades. Veamos algunas de ellas: Sean *a*, *b* y *c* números reales cualesquiera.

Propiedades	**de la Suma**	**del Producto**
Asociativa	$a+(b+c)=(a+b)+c$	$a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$
Conmutativa	$a+b=b+a$	$a\cdot b=b\cdot a$
Elemento neutro	$a+0=0+a=a$	$a\cdot 1=1\cdot a=a$
Existencia de inverso	$a+(-a)=(-a)+a=0$	$a\cdot\frac{1}{a}=\frac{1}{a}\cdot a=1 \quad si \;\; a\neq 0$
Distributiva del producto con respecto a la suma	$(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$	

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA

Todo entero positivo se puede representar de forma única como producto de factores primos excepto por el orden. Ejemplo. $20808 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 17^2$ $3600 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

Números primos

Se denomina número primo a todo número natural diferente de uno, cuyos únicos divisores POSITIVOS son él y la unidad; los números que no son primos se denominan compuestos. Los números primos menores que 100 son los siguientes: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El **Mínimo Común Múltiplo** ("M.C.M.") de dos o más números naturales es el menor número natural (distinto de cero) que es múltiplo de todos ellos.

Hallar el M.C.M. de 24, 36 y 40

Otro método es descomponer los números en factores primos y tomar los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.

Ejemplo: M.C.M. de 24, 36 y 40

Descomponemos los números en factores primos.

24	2	36	2	40	2
12	2	18	2	20	2
6	2	9	3	10	2
3	3	3	3	5	5
1		1		1	

Los factores que van a formar el M.C.M. serían: 2^3, 3^2, 5 = $\boxed{360}$

También se puede utilizar el método abreviado:

Hallar el M.C.M. entre 30, 60, y 220 por el método abreviado.

Solución:

30	60	220	2
15	30	110	2
15	15	55	3
5	5	55	5
1	1	11	11
1	1	1	

M.C.M. (30,60,220)= 2^2 x 3 x 5 x 11 = 660

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

El **Máximo Común Divisor** («**M.C.D.**») de dos o más números naturales es el mayor divisor posible de todos ellos.

- MCD (48, 60). Podemos comprobar que los divisores de 48 y 60 son:

$$48 = \{1,2,3,4,6,8,\cancel{12},16,24,48\}$$

$$60 = \{1,2,3,4,5,6,10,\cancel{12},15,20,30,60\}$$

Por lo que el máximo común divisor de ambos es 12.

Veámoslo utilizando el otro método: Para el cálculo se descompondrán los números en factores primos y se tomarán los factores comunes con su menor exponente.

- De las factorizaciones de 48 y 60, ($48 = 2^4.3$ y $60=2^2.3.5$) podemos inferir que su MCD es $2^2.3 = 12$ o comúnmente expresado como MCD (60,48)=12.

Hallar el MCD y el MCM de:

(72, 108, 60)	(428, 376)	(148, 156)	(3600, 1000)
(1048, 786, 3930)	(3120, 6200, 1864)	(15, 16, 18)	(32, 40, 48)

Criterios de divisibilidad.

***Por 2*:** Un número es divisible por 2, si termina en cero o cifra par.

***Por 3*:** Un número es divisible por 3, si la suma de sus dígitos nos da múltiplo de 3.
Ejemplo: 564 es divisible por 3, ya que la suma de sus dígitos es 15, y 15 es múltiplo de 3.

***Por 4*:** Un número es divisible por 4**,** si sus dos últimas cifras son ceros o múltiplo de 4. Ejemplo: 36, 400, 1028 son divisibles por 4

***Por 5*:** Un número es divisible por 5, si termina en cero o cinco**.** Ejemplo: 45, 515, 7525 y 3980 son divisibles por 5

***Por 6*:** Un número es divisible por 6**,** si es divisible por 2 y por 3. Ejemplo: 72, 324, 1503 son divisibles por

Por 7: Un número es divisible por 7 cuando la diferencia entre el número sin la cifra de las unidades y el doble de la cifra de las unidades es 0 ó múltiplo de 7**.**

Ejemplo: 343 es divisible por 7, ya que 34 menos 2 multiplicado por 3 da 28, y 28 es múltiplo de 7, es decir: $34 - 2 \cdot 3 = 34-6=28$, es múltiplo de 7

Ejemplo: 151 no es divisible por 7, ya que 15-2.1=15-2=13 que no es múltiplo de 7.

Por 8: Un número es divisible por 8**,** si sus tres últimas cifras son ceros o múltiplo de 8. Ejemplo: 4000, 1048, 1512 son divisibles por 8.

Por 9: Un número es divisible por 9**,** si la suma de sus dígitos nos da múltiplo de 9. Ejemplo: 81, aquí 8 + 1 = 9, es múltiplo de 9. 3663, en este caso 3 + 6 + 6 + 3 = 18, es múltiplo de 9

Por 10: Un número es divisible por 10, si la cifra de las unidades es 0. Ejemplo: 130, 1440, 10230 son divisibles por 10.

Por 11: Un número es divisible por 11, si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan los lugares pares y la de los impares es 0 ó múltiplo de 11.

Ejemplo: 121 es divisible por 11, ya que (1 + 1) - 2 = 0

Ejemplo: 4224 es divisible por 11, ya que (4 + 2) - (2 + 4) = 0

Ejemplo: 1325 no es divisible por 11, ya que (1+2)-(3+5)=3-8=-5 que no es ni cero ni múltiplo de 11.

Por 25: Un número es divisible por 25**,** si sus dos últimas cifras son ceros o múltiplo de 25. Ejemplo: 500, 1025, 1875 son divisibles por 25.

Por 125: Un número es divisible por 125**,** si sus tres últimas cifras son ceros o múltiplo de 125. Ejemplo: 1000, 1 125, 4 250 son divisibles por 125.

Simplifica las siguientes fracciones

	Respuesta		Respuesta		Respuesta		Respuesta
1.) $\frac{98}{147}$	$\frac{2}{3}$	2.) $\frac{273}{637}$	$\frac{3}{7}$	3.) $\frac{332}{415}$	$\frac{4}{5}$	4.) $\frac{285}{513}$	$\frac{5}{9}$
5.) $\frac{252}{441}$	$\frac{4}{7}$	6.) $\frac{623}{979}$	$\frac{7}{11}$	7.) $\frac{370}{444}$	$\frac{5}{6}$	8.) $\frac{2002}{5005}$	$\frac{2}{5}$
9.) $\frac{3003}{6006}$	$\frac{1}{2}$	10.) $\frac{1212}{1515}$	$\frac{4}{5}$	11.) $\frac{1503}{2338}$	$\frac{9}{14}$	12.) $\frac{343}{7007}$	$\frac{7}{143}$

OPERACIONES CON FRACCIONARIOS

$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$ Suma y resta de fraccionarios

$\frac{a}{b} \bullet \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ Multiplicación de fraccionarios

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$ División de fraccionarios

Realizar las siguientes operaciones con fracciones:

	Respuesta		Respuesta		Respuesta
1.) $\frac{5}{21}+\frac{10}{21}+\frac{23}{21}+\frac{4}{21}$	2	2.) $\frac{3}{11}+\frac{7}{11}+\frac{12}{11}$	2	3.) $\frac{46}{51}-\frac{20}{51}-\frac{9}{51}$	$\frac{1}{3}$
4.) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$	$\frac{2}{3}$	5.) $\frac{5}{4}+\frac{7}{8}+\frac{1}{16}$	$\frac{35}{16}$	6.) $\frac{7}{6}-\frac{7}{8}$	$\frac{7}{24}$
7.) $\frac{1}{50}-\frac{2}{75}+\frac{7}{150}-\frac{1}{180}$	$\frac{31}{900}$	8.) $\frac{6}{9}+\frac{15}{25}-\frac{8}{15}$	$\frac{11}{15}$	9.) $\frac{11}{15}-\frac{7}{30}+\frac{3}{10}$	$\frac{4}{5}$
10.) $\frac{11}{10}-\frac{14}{15}$	$\frac{1}{6}$	11.) $\frac{11}{12}-\frac{7}{16}$	$\frac{23}{48}$	12.) $\frac{3}{21}+\frac{1}{2}+\frac{2}{49}$	$\frac{67}{98}$
13.) $\frac{1}{9}+\frac{1}{15}-\frac{1}{6}+\frac{1}{30}$	$\frac{2}{45}$	14.) $\frac{7}{62}-\frac{3}{155}$	$\frac{29}{310}$	15.) $\frac{7}{12}+\frac{5}{9}-\frac{4}{24}$	$\frac{35}{36}$
16.) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}-\frac{1}{12}$	$\frac{17}{12}$	17.) $\frac{4}{41}+\frac{7}{82}-\frac{1}{6}$	$\frac{2}{123}$	18.) $\frac{3}{8}-\frac{1}{12}$	$\frac{7}{24}$
19.) $\frac{6}{17}+\frac{1}{34}+\frac{1}{51}+\frac{4}{3}$	$\frac{59}{34}$	20.) $\frac{6}{17}-\frac{1}{34}+\frac{1}{51}-\frac{4}{3}$	$-\frac{101}{102}$	21.) $\frac{7}{12}+\frac{3}{6}-\frac{4}{24}$	$\frac{11}{12}$
22.) $\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\times\frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	23.) $\frac{6}{7}\times\frac{7}{8}\times\frac{8}{9}$	$\frac{2}{3}$	24.) $\frac{7}{19}\times\frac{19}{13}\times\frac{26}{21}$	$\frac{2}{3}$
25.) $\frac{3}{4}\div\frac{4}{3}$	$\frac{9}{16}$	26.) $\frac{6}{11}\div\frac{5}{22}$	$2\frac{2}{5}$	27.) $\frac{7}{8}\div\frac{14}{9}$	$\frac{9}{16}$
28.) $\frac{23}{34}\times\frac{17}{28}\times\frac{7}{69}$	$\frac{1}{24}$	29.) $\frac{2}{3}\times\frac{6}{5}\times\frac{10}{9}\times\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	30.) $\frac{90}{15}\times\frac{41}{108}\times\frac{34}{82}$	$\frac{17}{18}$
31.) $\frac{8}{9}\div\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	32.) $\frac{21}{30}\div\frac{6}{7}$	$\frac{49}{60}$	33.) $\frac{50}{61}\div\frac{25}{183}$	6
34.) $\frac{52}{24}\times\frac{4}{13}$	$\frac{2}{3}$	35.) $\frac{18}{15}\times\frac{90}{36}$	3	36.) $\frac{21}{22}\times\frac{11}{49}$	$\frac{3}{14}$
37.) $\frac{30}{14}\div\frac{3}{82}$	$\frac{410}{7}$	38.) $\frac{19}{21}\div\frac{38}{7}$	$\frac{1}{6}$	39.) $\frac{3}{8}\div\frac{5}{6}$	$\frac{9}{20}$
40.) $\frac{23}{34}\times\frac{17}{28}\div\frac{23}{7}$	$\frac{1}{8}$	41.) $\frac{2}{3}\div\frac{6}{5}\times\frac{2}{9}\div\frac{4}{8}$	$\frac{20}{81}$	42.) $\frac{51}{28}\div\frac{17}{14}\times\frac{3}{6}\div\frac{2}{3}$	$\frac{9}{8}$

Transformar un decimal a la forma $\frac{m}{n}$

Para transformar un decimal a fracción se procede de la siguiente manera:

Se multiplica y se divide el decimal por 10, 100 o 1000, depende del número de espacios después de la coma, luego se simplifica.

Ejemplo: Transformar a fracción y simplificar 0.25

$0.25\times\frac{100}{100}=\frac{25}{100}$ simplificando $=\frac{1}{4}$ Entonces $\boxed{0.25=\frac{1}{4}}$

Si el decimal es periódico puro como $3.\overline{28}$

$3.\overline{28}=3.282828\ldots$

Si se llama $x=3.282828\ldots(1)$ Entonces $100x=328.282828\ldots(2)$

Restando (1) de (2) se cancelan todas las cifras decimales así.

$$\begin{array}{rcl} 100x & = & 328.282828\ldots \\ x & = & 3.282828\ldots \\ \hline 99x & = & 325 \end{array}$$

$x=\frac{325}{99}$ Entonces $\boxed{3.\overline{28}=\frac{325}{99}}$

Si el decimal es periódico mixto como $2.41\overline{25}$

$2.41\overline{25}=2.41252525\ldots$

Si se llama $100x=241.252525\ldots(1)$ Entonces $10000x=24125.252525\ldots(2)$

Restando (1) de (2) se cancelan todas las cifras decimales así.

$$\begin{array}{rcl} 10000x & = & 24125.252525\ldots \\ 100x & = & 241.252525\ldots \\ \hline 9900x & = & 23884 \end{array}$$

$x=\frac{23884}{9900}=\frac{5971}{2475}$ Entonces $\boxed{2.41\overline{25}=\frac{5971}{2475}}$

Transformar a fracción y simplificar:

	Respuesta		Respuesta		Respuesta
1.) $0{,}45$	$\frac{9}{20}$	2.) $0{,}25$	$\frac{1}{4}$	3.) $0{,}2$	$\frac{1}{5}$
4.) $0{,}125$	$\frac{1}{8}$	5.) $0{,}28$	$\frac{7}{25}$	6.) $0{,}245$	$\frac{49}{200}$
7.) $1{,}6$	$\frac{8}{5}$	8.) $25{,}2$	$\frac{126}{5}$	9.) $13{,}55$	$\frac{271}{20}$
10.) $4{,}25$	$\frac{17}{4}$	11.) $0{,}\overline{245}$	$\frac{245}{999}$	12.) $4{,}\overline{6}$	$\frac{14}{3}$
13.) $0{,}4\overline{5}$	$\frac{41}{90}$	14.) $0{,}\overline{45}$	$\frac{5}{11}$	15.) $0{,}02\overline{1}$	$\frac{19}{900}$
16.) $1{,}9\overline{01}$	$\frac{941}{495}$	17.) $0{,}5\overline{7}$	$\frac{26}{45}$	18.) $0{,}\overline{147}$	$\frac{49}{333}$
19.) $2{,}\overline{7}$	$\frac{25}{9}$	20.) $4{,}\overline{4}$	$\frac{40}{9}$	21.) $0{,}\overline{285714}$	$\frac{2}{7}$

Realizar las siguientes operaciones:

	Respuesta		Respuesta
1.) $0{,}005+2{,}8-4{,}5+5$	$3{,}305$	2.) $2{,}334+2{,}5213-3{,}4512$	$1{,}4041$
3.) $\frac{0{,}045}{-5}$	$-0{,}009$	4.) $\frac{0{,}8\times 2{,}5-3{,}6\div 1{,}2}{5{,}8\div 0{,}2}$	$-0{,}0344$
5.) $\frac{-1{,}5(5{,}2+3{,}5)+6{,}65}{0{,}05\div 0{,}25}$	32	6.) $\frac{2{,}8\times 0{,}5-3{,}6\div 1{,}8}{0{,}008\div 0{,}2}$	-15
7.) $\frac{5{,}6-0{,}2-2{,}8\div 0{,}4}{2{,}5-0{,}05-0{,}64\div 0{,}4}$	$-1{,}8823$	8.) $\frac{4{,}5-0{,}5(3{,}8-4{,}2)}{2{,}5-0{,}5-4{,}6\div 0{,}46}$	$-0{,}5875$
9.) $\frac{-5{,}6-4{,}8-20{,}5}{4{,}2\div 0{,}2-4\div 0{,}2}$	$-30{,}9$	10.) $\frac{3{,}8\times 0{,}5-1{,}6\times 1{,}8}{0{,}008\times 0{,}2}$	$-612{,}5$

Graficación de intervalos

Exprese cada intervalo en términos de desigulddades, y luego grafíquelos.

a) $[-1,2)$
b) $[1.5,4]$
c) $(-3,\infty)$

VALOR ABSOLUTO

Sea a un número real, entonces su valor absoluto | a |, se define así:

$$|a| = \begin{cases} a & Si \quad a \geq 0 \\ -a & Si \quad a < 0 \end{cases}$$

Ejemplos: $|7| = 7$

$|0| = 0$

$|-3| = -(-3) = 3$

En otras palabras, el valor absoluto de un número entero, es la distancia de él al cero, en la recta numérica.