INTEGRACIÓN POR PARTES

La Integración por sustitución corresponde a la regla de la cadena, la Integral que corresponde a la regla del producto se llama integración por partes.

Regla del producto $f(x)g'(x)+g(x)f'(x)=\dfrac{d}{dx}\left[f(x)g(x)\right]$

$$\int[f(x)g'(x)+g(x)f'(x)]dx=f(x)g(x)$$

$$\boxed{\int f(x)g'(x)dx=f(x)g(x)-\int g(x)f'(x)}\ (1)$$

Si hacemos
$$u=f(x) \qquad v=g(x)$$
$$du=f'(x) \qquad dv=g'(x)$$

Reemplazando en la ecuación (1) tenemos

$$\boxed{\int udv=uv-\int vdu}$$ Fórmula de integración por partes

Mediante la elección adecuada de $u \wedge dv$ puede evaluarse más fácilmente la segunda integral que la primera. El objetivo es obtener una integral más sencilla que la inicial.

Puede utilizarse el acrónimo LIATE como una pauta para escoger u en la integral.
Logarítmica
Inversa
Algebraica
Trigonométrica
Exponencial

Resolver los siguientes ejercicios

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1. $\int xsenxdx$	$-x\cos x+senx+c$	2. $\int x\cos xdx$	$xsenx+\cos x+c$
3. $\int xe^x dx$	xe^x-e^x+c	4. $\int x^2e^xdx$	$x^2e^x-2xe^x+2e^x+c$
5. $\int \ln\lvert x\rvert dx$	$x\ln\lvert x\rvert-x+c$	6. $\int x\ln\lvert x\rvert dx$	$\dfrac{x^2\ln\lvert x\rvert}{2}-\dfrac{x^2}{4}+c$
7. $\int e^x\cos xdx$	$\dfrac{e^x}{2}(senx+\cos x)+c$	8. $\int e^xsenxdx$	$-\dfrac{e^x}{2}(\cos x-senx)+c$
9. $\int x^2senxdx$	$-x^2\cos x+2xsenx+2\cos x+c$	10. $\int x^2\cos xdx$	$x^2senx+2x\cos x-2senx+c$
11. $\int xe^{3x}dx$	$\dfrac{xe^{3x}}{3}-\dfrac{e^{3x}}{9}+c$	12. $\int t^2e^tdt$	$t^2e^t-2te^t+2e^t+c$

13. $\int x^2 e^{5x}dx$	$\frac{x^2e^{5x}}{5}-\frac{2xe^{5x}}{25}+\frac{2e^{5x}}{125}c$	14. $\int \frac{x}{e^x}dx$	$-xe^{-x}-e^{-x}+c$
15. $\int \frac{x}{sen^2 x}dx$	$-x\cot x+\ln\lvert senx\rvert+c$	16. $\int x\sec x\tan xdx$	$x\sec x-\ln\lvert\sec x+\tan x\rvert+c$
17. $\int t^2\ln\lvert t\rvert dt$	$\frac{t^3\ln\lvert t\rvert}{3}-\frac{t^3}{9}+c$	18. $\int (e^x+2x)^2dx$	$\frac{e^{2x}}{2}+4xe^x-4e^x+\frac{4x^3}{3}+c$
19 $\int (2x+4)e^{2x+4}dx$	$\frac{(2x+4)e^{2x+4}}{2}-\frac{e^{2x+4}}{2}+c$	20. $\int xsen4xdx$	$-\frac{x\cos 4x}{4}+\frac{sen4x}{16}+c$
21. $\int x\cos 5xdx$	$\frac{xsen5x}{5}+\frac{\cos 5x}{25}+c$	22. $\int 3x\cos 2xdx$	$\frac{3xsen2x}{2}+\frac{3\cos 2x}{4}+c$
23. $\int 5xsen2xdx$	$-\frac{5x\cos 2x}{2}+\frac{5sen2x}{4}+c$	24. $\int x^2\cos 3xdx$	$\frac{x^2sen3x}{3}+\frac{2x\cos 3x}{9}-\frac{2sen3x}{27}$
25. $\int x^2sen3xdx$	$-\frac{x^2\cos 3x}{3}+\frac{2xsen3x}{9}+\frac{2\cos 3x}{27}$	26. $\int x^2\cos 5xdx$	$\frac{x^2sen5x}{5}+\frac{2x\cos 5x}{25}-\frac{2sen5x}{125}$
27. $\int x^2sen5xdx$	$-\frac{x^2\cos 5x}{5}+\frac{2xsen5x}{25}+\frac{2\cos 5x}{125}$	28. $\int (2x-5)senxdx$	$-(2x-5)\cos x+2senx+c$
29. $\int (\ln\lvert x\rvert)^2dx$	$x(\ln\lvert x\rvert)^2-2x\ln\lvert x\rvert+2x+c$	30. $\int \frac{x}{e^{-3x}}dx$	$\frac{xe^{3x}}{3}-\frac{e^{3x}}{9}+c$
31. $\int e^{2\theta}sen3\theta d\theta$	$\frac{e^{2\theta}}{13}(2sen3\theta-3\cos 3\theta)+c$	32. $\int \theta\sec^2\theta d\theta$	$\theta\tan\theta-\ln\lvert\sec\theta\rvert+c$
33. $\int re^{r/2}dr$	$2e^{r/2}(r-2)+c$	34. $\int tsen2tdt$	$-\frac{t\cos 2t}{2}+\frac{sen2t}{4}+c$
35. $\int x^2sen\pi xdx$	$-\frac{x^2\cos\pi x}{\pi}+\frac{2xsen\pi x}{\pi^2}+\frac{2\cos\pi x}{\pi^3}$	36. $\int \ln\lvert 2x+1\rvert dx$	$x\ln\lvert 2x+1\rvert-x+\frac{1}{2}\ln\lvert 2x+1\rvert+c$
37. $\int \tan^{-1}xdx$	$x\tan^{-1}x-\frac{1}{2}\ln\lvert 1+x^2\rvert+c$	38. $\int sen^{-1}xdx$	$xsen^{-1}x+\sqrt{1-x^2}+c$
39. $\int \cos^{-1}xdx$	$x\cos^{-1}x-\sqrt{1-x^2}+c$	40. $\int \frac{\tan^{-1}\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$	$2\sqrt{x}\tan^{-1}\sqrt{x}-\ln\lvert 1+x\rvert+c$
41. $\int sen\sqrt{x}dx$	$-2\sqrt{x}\cos\sqrt{x}+2sen\sqrt{x}+c$	42. $\int t^3e^{3t}dt$	$t^3e^t-3t^2e^t+6te^t-6e^t+c$
43. $\int \sqrt{t}\ln\lvert t\rvert dt$	$\frac{2\sqrt{t^3}\ln\lvert t\rvert}{3}-\frac{4\sqrt{t^3}}{9}+c$	44. $\int x^4\ln\lvert x\rvert dx$	$\frac{x^5\ln\lvert x\rvert}{5}-\frac{x^5}{25}+c$
45. $\int \frac{\ln\lvert x\rvert}{x^2}dx$	$-\frac{\ln\lvert x\rvert}{x}-\frac{1}{x}+c$	46. $\int te^{5t+\pi}dt$	$\frac{te^{5t+\pi}}{5}-\frac{e^{5t+\pi}}{25}+c$
47. $\int (t+7)e^{2t+3}dt$	$\frac{te^{2t+3}}{2}+\frac{13e^{2t+3}}{4}+c$	48 $\int (t-3)\cos(t-3)dt$	$(t-3)sen(t-3)+\cos(t-3)+c$
49. $\int (x-\pi)senxdx$	$-(x-\pi)\cos x+senx+c$	50. $\int \ln\lvert 7x^5\rvert dx$	$x\ln\lvert 7x^5\rvert-5x+c$
51. $\int \frac{\ln\lvert 2x^5\rvert}{x^2}dx$	$-\frac{\ln\lvert 2x^5\rvert}{x}-\frac{5}{x}+c$	52. $\int z^3\ln\lvert z\rvert dz$	$\frac{z^4\ln\lvert z\rvert}{4}-\frac{z^4}{16}+c$

53. $\int t\tan^{-1} t dt$	$\frac{t^2\tan^{-1}t}{2}-\frac{t}{2}+\frac{\tan^{-1}t}{2}+c$	54. $\int x^5\ln\lvert x^7\rvert dx$	$\frac{x^6\ln\lvert x^7\rvert}{6}-\frac{7x^6}{36}+c$
55. $\int x2^x dx$	$\frac{x2^x}{\ln\lvert 2\rvert}-\frac{2^x}{(\ln\lvert 2\rvert)^2}+c$	56. $\int x^5 e^{x^2} dx$	$\frac{x^4e^{x^2}}{2}-x^2e^{x^2}+e^{x^2}+c$
57. $\int sen(\ln\lvert x\rvert)dx$	$\frac{x}{2}[sen(\ln\lvert x\rvert)-\cos(\ln\lvert x\rvert)]+c$	58. $\int \cos(\ln\lvert x\rvert)dx$	$\frac{x}{2}[\cos(\ln\lvert x\rvert)+sen(\ln\lvert x\rvert)]+c$
59. $\int xsen^2xdx$	$\frac{x^2}{4}-\frac{xsen2x}{2}-\frac{\cos 2x}{8}+c$	60. $\int \theta\tan^2\theta d\theta$	$\theta\tan\theta-\ln\lvert\sec\theta\rvert-\frac{\theta^2}{2}+c$

Uso del modulo tabular

Integrar $\int x^3 sen2xdx$

Hacemos $u = x^3$ $\wedge$ $dv = sen2x$. Luego creamos una tabla de tres columnas.

Signos alternos	u y sus derivadas	dv y sus integrales
+	x^3	$sen2x$
-	$3x^2$	$-\frac{\cos 2x}{2}$
+	$6x$	$\frac{-sen2x}{4}$
-	6	$\frac{\cos 2x}{8}$
+	0	$\frac{sen2x}{16}$

Derivar hasta obtener una derivada nula

$$\int x^3 sen2xdx = -\frac{x^3\cos 2x}{2}+\frac{3x^2sen2x}{4}+\frac{3x\cos 2x}{4}-\frac{3sen2x}{8}+c$$

Resolver

$$\boxed{\int x^3e^{-2x}xdx}\ \boxed{=-\frac{x^3e^{-2x}}{2}-\frac{3x^2e^{-2x}}{4}-\frac{3xe^{-2x}}{4}-\frac{3e^{-2x}}{8}+c}$$