

NÚMEROS REALES

Conjunto de los Naturales: El conjunto se formalizó para dar respuesta a la necesidad de contar en una base generalizada, la base 10. Con los dígitos se forma cualquier número natural. El conjunto de los números naturales, se denota por N y se presenta así:

$$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Conjunto de los Enteros: El conjunto surge de la necesidad de dar solución general a la sustracción, cuando el sustraendo es mayor que el minuendo, esta sustracción no tiene solución en los números Naturales. Por ejemplo: $5-20$? Se denota por Z y se representa así:

$$Z = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Conjunto de los Racionales. El conjunto se creó debido a las limitaciones de cálculo que se presentaban en el conjunto de los números Naturales y números Enteros. Un número es racional, sí y sólo si, puede expresarse como división de dos números enteros, cuyo divisor es distinto de cero. Esta división se representa como fracción, donde el dividendo recibe el nombre de numerador y el divisor de denominador. Se denota por Q y se representa así:

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} / m, n \in Z \quad \wedge \quad n \neq 0 \right\}$$

Los números racionales se ubican en una de las siguientes características: Ser entero, tener una expresión decimal finita, o tener una expresión decimal infinita periódica.

$$\frac{10}{5} = 2$$

$$\frac{30}{8} = 3,75$$

$$\frac{2}{3} = 0,666666 \dots$$

Conjunto de los Irracionales. Es el conjunto de números cuya expresión decimal no es finita ni periódica, estos números no pueden transformarse en una fracción. Se denota con la letra Q' Como ejemplos de ellos tenemos todas las raíces no exactas como $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, etc. Igualmente el número π , la constante e , base de los logaritmos naturales, entre otros.

Conjunto de los Reales. Es el conjunto de números formado por la unión de los números Racionales e Irracionales. Se denota por R y se representa así:

$$R = \{Q \cup Q'\}$$

Conjunto de los complejos. Es el conjunto formado por la unión de los números reales y los números imaginarios, incluyen todas las raíces de los polinomios, a diferencia de los reales. Un número complejo puede representarse de la forma $a+bi$, que es la suma de un número real y un número imaginario. Se denota por C y se representa así:

$$C = \{R \cup i\}$$

Los números imaginarios son números complejos, cuya parte real es igual a cero, por ejemplo: los números $5i$, i o $-i$ son números imaginarios, donde la letra i denota la raíz cuadrada de -1 ($i = \sqrt{-1}$) por lo tanto $i^2 = -1$

PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES EN R

Las operaciones de suma y producto definidas en los reales cumplen ciertas propiedades. Veamos algunas de ellas: Sean a , b y c números reales cualesquiera.

Propiedades	de la Suma	del Producto
Asociativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
Conmutativa	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Elemento neutro	$a + 0 = 0 + a = a$	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
Existencia del inverso	$a + (-a) = (-a) + a = 0$	$a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1 \quad \text{si } a \neq 0$
Distributiva del producto con respecto a la suma	$c \cdot (a + b) = ca + cb$	

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA

Todo entero positivo se puede representar de forma única como producto de factores primos excepto por el orden. Ejemplo. $20808 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 17^2$ $3600 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2$

NÚMEROS PRIMOS

Se denomina número primo a todo número natural diferente de uno, cuyos únicos divisores POSITIVOS son él y la unidad; los números que no son primos se denominan compuestos. Eratóstenes de Cirene (276-194 a de C) Matemático griego, ideó una forma de determinar los primeros números primos al construir la denominada Criba de Eratóstenes. Así los números primos menores que 100 son los siguientes:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

El **Mínimo Común Múltiplo** ("M.C.M.") de dos o más números naturales es el menor número natural (distinto de cero) que es múltiplo de todos ellos.

Hallar el M.C.M. de 4, 8 y 12

$$M(4) = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, \dots\}$$

$$M(8) = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, \dots\}$$

$$M(12) = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, \dots\}$$

$$\text{Así el } MCM(4,8,12) = 24$$

Otro método es descomponer los números en factores primos y tomar los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.

$$\begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$4 = 2^2$$

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$8 = 2^3$$

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

Los factores que van a formar el M.C.M serían: $2^3 \cdot 3 = 24$

También se puede utilizar el método abreviado

$$\begin{array}{r|lll} 4 & 8 & 12 & 2 \\ 2 & 4 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ & 1 & 3 & 3 \\ & & 1 & \end{array}$$

$$\text{M.C.M: } 2^3 \cdot 3 = 24$$

MÁXIMO COMÚN DIVISOR

El **Máximo Común Divisor** (“**M.C.D.**”) de dos o más números naturales es el mayor divisor posible de todos ellos.

MCD (48, 60). Podemos comprobar que los divisores de 48 y 60 son:

$$D(48) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$$

$$D(60) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$$

$$\text{Así el } MCD(48,60) = 12$$

Veámoslo utilizando el otro método: Para el cálculo se descompondrán los números en factores primos y se tomarán los factores comunes con su menor exponente.

. De las factorizaciones de 48 y 60, ($48 = 2^4 \cdot 3$, $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$) podemos inferir que su MCD es $2^2 \cdot 3 = 12$

Hallar el MCD y el MCM de:

$$(72, 108, 60)$$

$$(428, 376)$$

$$(148, 156)$$

$$(3600, 1000)$$

$$(14, 78, 36)$$

$$(32, 62, 18)$$

$$(15, 16, 18)$$

$$(32, 40, 48)$$

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Por 2: Un número es divisible por 2, si termina en cero o cifra par.

Por 3: Un número es divisible por 3, si la suma de sus dígitos nos da múltiplo de 3.

Ejemplo: 564 es divisible por 3, ya que la suma de sus dígitos es 15, y 15 es múltiplo de 3.

Por 4: Un número es divisible por 4, si sus dos últimas cifras son ceros o múltiplo de 4.

Ejemplo: 36, 400, 1028 son divisibles por 4

Por 5: Un número es divisible por 5, si termina en cero o cinco.

Ejemplo: 45, 515, 7525 y 3980 son divisibles por 5

Por 6: Un número es divisible por 6, si es divisible por 2 y por 3.

Ejemplo: 72, 324, 1503 son divisibles por

Por 7: Un número es divisible por 7 cuando la diferencia entre el número sin la cifra de las unidades y el doble de la cifra de las unidades es 0 ó múltiplo de 7.

Ejemplo: 343 es divisible por 7, ya que 34 menos 2 multiplicado por 3 da 28, y 28 es múltiplo de 7, es decir: $34 - 2 \cdot 3 = 34 - 6 = 28$, es múltiplo de 7

Ejemplo: 151 no es divisible por 7, ya que $15 - 2 \cdot 1 = 15 - 2 = 13$ que no es múltiplo de 7.

Por 8: Un número es divisible por 8, si sus tres últimas cifras son ceros o múltiplo de 8.

Ejemplo: 4000, 1048, 1512 son divisibles por 8.

Por 9: Un número es divisible por 9, si la suma de sus dígitos nos da múltiplo de 9. Ejemplo:

81, aquí $8 + 1 = 9$, es múltiplo de 9. 3663, en este caso $3 + 6 + 6 + 3 = 18$, es múltiplo de 9

Por 10: Un número es divisible por 10, si la cifra de las unidades es 0.

Ejemplo: 130, 1440, 10230 son divisibles por 10.

Por 11: Un número es divisible por 11, si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan los lugares pares y la de los impares es 0 ó múltiplo de 11.

Ejemplo: 121 es divisible por 11, ya que $(1 + 1) - 2 = 0$

Ejemplo: 4224 es divisible por 11, ya que $(4 + 2) - (2 + 4) = 0$

Ejemplo: 1325 no es divisible por 11, ya que $(1+2)-(3+5)=3-8=-5$ que no es ni cero ni múltiplo de 11.

Escriba sí o no para indicar si el número de la primera columna es divisible por cada uno de los números de la fila superior

Número	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
576										
1243										
4560										
5764										
12454										
203044										
745370										

FRACCIONARIOS

Los fraccionarios pertenecen al conjunto de los racionales, están formados por dos números enteros; el numerador que está en la parte de arriba y el denominador que está en la parte de abajo. Así un fraccionario se expresa de la forma $\frac{a}{b}$ con $b \neq 0$

Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes cuando el producto de extremos es igual al producto de medios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{Sí } ad = bc$$

Si se multiplica o divide el numerador y el denominador de una fracción por un número entero, distinto de cero, se obtiene otra fracción equivalente a la dada. Al primer caso le llamamos amplificar, al segundo simplificar.

Ejemplo:

Amplificar $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ Simplificar $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ de esta forma $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ son fracciones equivalentes

Simplificar las siguientes fracciones

	Respuesta		Respuesta		Respuesta		Respuesta
1) $\frac{98}{147}$	$\frac{2}{3}$	2) $\frac{273}{637}$	$\frac{3}{7}$	3) $\frac{332}{415}$	$\frac{4}{5}$	4) $\frac{285}{513}$	$\frac{5}{9}$
5) $\frac{252}{441}$	$\frac{4}{7}$	6) $\frac{623}{979}$	$\frac{7}{11}$	7) $\frac{370}{444}$	$\frac{5}{6}$	8) $\frac{2002}{5005}$	$\frac{2}{5}$

9) $\frac{3003}{6006}$	$\frac{1}{2}$	10) $\frac{1212}{1515}$	$\frac{4}{5}$	11) $\frac{1503}{2338}$	$\frac{9}{14}$	12) $\frac{51128}{57519}$	$\frac{8}{9}$
13) $\frac{1932}{3220}$	$\frac{3}{5}$	14) $\frac{21672}{10836}$	2	15) $\frac{2544}{3816}$	$\frac{2}{3}$	16) $\frac{6132}{3066}$	2
17) $\frac{7080}{3540}$	2	18) $\frac{10248}{20496}$	$\frac{1}{2}$	19) $\frac{4020}{2412}$	$\frac{5}{3}$	20) $\frac{8520}{5112}$	$\frac{5}{3}$

OPERACIONES CON FRACCIONARIOS

Propiedades con cocientes

a.) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$	Si $ad = bc$	b.) $\frac{ad}{bd} = \frac{a}{b}$	Simplificación
c.) $\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}$	Fracción negativa	d.) $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$	Suma y resta
e.) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$	Multiplicación	f.) $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$	División

Existen tres tipos de fracciones: propias, impropias y mixtas.

Una fracción se llama **propia** cuando el numerador es menor que el denominador. Su valor está comprendido entre cero y uno.

Ejemplo: $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{9}{11}$

Una fracción es **impropia** cuando el numerador es mayor o igual que el denominador. Su valor es mayor o igual a uno.

Ejemplo: $\frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{5}{5}, \frac{11}{9}$

Una fracción es **mixta** cuando está compuesta de una parte entera y otra fraccionaria

Ejemplo: $3\frac{2}{5}, 1\frac{3}{7}, 5\frac{9}{11}$

Para pasar un número mixto a una fracción impropia se procede de la siguiente manera:

- Se deja el mismo denominador
- El numerador se obtiene de la suma del producto del entero por el denominador más el numerador, del número mixto.

Ejemplo: $3\frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5 + 2}{5} = \frac{17}{5}$

Para pasar una fracción impropia a número mixto se procede de la siguiente manera:

- a) Se divide el numerador por el denominador
- b) El cociente es el entero del número mixto.
- c) El residuo es el numerador de la fracción.
- d) El denominador es el mismo que el de la fracción impropia.

Ejemplo:

$$\frac{17}{5} = \frac{17}{2} \frac{5}{3} = 3 \frac{2}{5}$$

Realizar las siguientes operaciones con fracciones:

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1) $1 + \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	2) $2 - \frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	3) $\frac{1}{2} + 2 + \frac{3}{2}$	4
4) $\frac{2}{3} + \frac{3}{2}$	$\frac{13}{6}$	5) $\frac{5}{2} + 1$	$\frac{7}{2}$	6) $\frac{3}{2} - 1$	$\frac{1}{2}$
7) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6}$	$\frac{3}{2}$	8) $\frac{5}{4} + \frac{7}{8} + \frac{1}{16}$	$\frac{35}{16}$	9) $\frac{6}{9} + \frac{15}{25} - \frac{8}{15}$	$\frac{11}{15}$
10) $\frac{11}{10} - \frac{14}{15}$	$\frac{1}{6}$	11) $\frac{11}{12} - \frac{7}{16}$	$\frac{23}{48}$	12) $\frac{7}{6} - \frac{7}{8}$	$\frac{7}{24}$
13) $\frac{1}{9} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{30}$	$\frac{2}{45}$	14) $\frac{11}{15} - \frac{7}{30} + \frac{3}{10}$	$\frac{4}{5}$	15) $\frac{46}{51} - \frac{20}{51} - \frac{9}{51}$	$\frac{1}{3}$
16) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} - \frac{1}{12}$	$\frac{17}{12}$	17) $\frac{3}{11} + \frac{7}{11} + \frac{12}{11}$	2	18) $\frac{3}{21} + \frac{1}{2} + \frac{2}{49}$	$\frac{67}{98}$
19) $\frac{6}{17} + \frac{1}{34} + \frac{1}{51} + \frac{4}{3}$	$\frac{59}{34}$	20) $\frac{5}{21} + \frac{10}{21} + \frac{23}{21} + \frac{4}{21}$	2	21) $\frac{1}{50} - \frac{2}{75} + \frac{6}{150} - \frac{1}{180}$	$\frac{1}{36}$
22) $\frac{7}{62} - \frac{3}{155}$	$\frac{29}{310}$	23) $\frac{7}{12} + \frac{5}{9} - \frac{4}{24}$	$\frac{35}{36}$	24) $\frac{4}{41} + \frac{7}{82} - \frac{1}{6}$	$\frac{2}{123}$
25) $\frac{3}{8} - \frac{1}{12}$	$\frac{7}{24}$	26) $\frac{7}{12} + \frac{3}{6} - \frac{4}{24}$	$\frac{11}{12}$	27) $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{3}{7} - \frac{4}{5}$	$-\frac{11}{140}$
28) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$	$\frac{1}{2}$	29) $\frac{3}{4} \div \frac{4}{3}$	$\frac{9}{16}$	30) $\frac{6}{11} \div \frac{5}{22}$	$\frac{12}{5}$
31) $\frac{8}{9} \div \frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	32) $\frac{50}{61} \div \frac{25}{183}$	6	33) $\frac{7}{8} \div \frac{14}{9}$	$\frac{9}{16}$
34) $\frac{52}{24} \times \frac{4}{13}$	$\frac{2}{3}$	35) $\frac{2}{3} \div \frac{6}{5} \times \frac{2}{9} \div \frac{4}{8}$	$\frac{20}{81}$	36) $\frac{3}{8} \div \frac{5}{6}$	$\frac{9}{20}$

37) $\frac{30}{14} \div \frac{3}{42}$	30	38) $\frac{21}{22} \times \frac{11}{49}$	$\frac{3}{14}$	39) $\frac{21}{30} \div \frac{6}{7}$	$\frac{49}{60}$
40) $\frac{23}{34} \times \frac{17}{28} \div \frac{23}{7}$	$\frac{1}{8}$	41) $\frac{18}{15} \times \frac{90}{36} \times \frac{1}{6} \div \frac{1}{2}$	1	42) $\frac{55}{27} \times \frac{9}{7} \times \frac{3}{11} \div \frac{5}{2}$	$\frac{2}{7}$
43) $\frac{23}{34} \times \frac{17}{28} \times \frac{7}{69}$	$\frac{1}{24}$	44) $\frac{2}{3} \times \frac{6}{5} \times \frac{10}{9} \times \frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	45) $\frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{9}$	$\frac{2}{3}$
46) $\frac{90}{15} \times \frac{41}{108} \times \frac{34}{82}$	$\frac{17}{18}$	47) $\frac{51}{28} \div \frac{17}{14} \times \frac{3}{6} \div \frac{2}{3}$	$\frac{9}{8}$	48) $\frac{7}{19} \times \frac{19}{13} \times \frac{26}{21}$	$\frac{2}{3}$
49) $3\frac{2}{3} + \frac{3}{2}$	$\frac{31}{6}$	50) $2\frac{5}{4} + \frac{1}{2} + 5$	$\frac{35}{4}$	51) $\frac{1}{2} + 2\frac{3}{2}$	4
52) $3\frac{1}{9} + \frac{1}{15} - 2\frac{1}{6}$	$\frac{91}{90}$	53) $\frac{3}{11} + 2\frac{7}{11} + 3\frac{12}{11}$	7	54) $4\frac{3}{8} - 5\frac{1}{8}$	$-\frac{3}{4}$
55) $3\frac{7}{12} + 2\frac{3}{6} - \frac{1}{6}$	$\frac{71}{12}$	56) $2\frac{1}{3} + \frac{3}{15} - 3\frac{1}{6}$	$-\frac{19}{30}$	57) $2\frac{1}{4} - 3\frac{1}{6}$	$-\frac{11}{12}$
58) $3\frac{5}{2} + 1$	$\frac{13}{2}$	59) $3\frac{3}{4} \div \frac{15}{3}$	$\frac{3}{4}$	60) $2\frac{2}{3} \times \frac{25}{40} \div 2\frac{4}{8}$	$\frac{2}{3}$
61) $2\frac{7}{5} \div \frac{17}{4}$	$\frac{4}{5}$	62) $2\frac{21}{22} \times \frac{11}{65}$	$\frac{1}{2}$	63) $2\frac{3}{4} \times \frac{17}{28} \times \frac{7}{22}$	$\frac{17}{32}$
64) $2\frac{2}{3} \div \frac{20}{5} \times 3\frac{2}{3} \div \frac{11}{8}$	$\frac{16}{9}$	65) $3\frac{6}{7} \times \frac{7}{8} \times \frac{8}{27}$	1	66) $2\frac{1}{3} \div \frac{7}{6}$	2
67) $\left(3 + \frac{1}{4}\right) - \left(2 + \frac{1}{6}\right)$	$\frac{13}{12}$	68) $\frac{1}{2} \div \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right)$	$\frac{6}{7}$	69) $\left(\frac{5}{3} - 1\right) \left(\frac{7}{2} - 2\right)$	1
70) $\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) \div \left(\frac{5}{3} + \frac{1}{6}\right)$	$\frac{30}{22}$	71) $\left(\frac{2}{3} - \frac{4}{5}\right) - 3\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right)$	$\frac{11}{30}$	72) $5\left(\frac{2}{5} - \frac{1}{25}\right) + 3\left(\frac{2}{15} + 4\right)$	$\frac{71}{5}$
73) $\frac{1}{\frac{2}{3}} =$	$\frac{1}{6}$	74) $\frac{3}{\frac{1}{2}} =$	6	75) $\frac{5}{\frac{1}{2}} =$	$\frac{6}{5}$
76) $\frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}}$	$\frac{11}{6}$	77) $\frac{\frac{3}{2} + \frac{1}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{1}{3}}$	$\frac{7}{2}$	78) $\frac{-1 + \frac{3}{4} - \frac{1}{3}}{2 - \frac{1}{4}}$	$-\frac{1}{3}$

79) $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}$	2	80) $2 - \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$	$-\frac{8}{5}$	81) $\frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}}$	2
82) $\left(\frac{3}{4} \div \frac{8}{3}\right) \div \frac{9}{7}$		83) $\frac{9}{7} \div \left(\frac{8}{3} \div \frac{3}{4}\right)$		84) $\frac{1}{\left(\frac{16}{3} \div \frac{16}{5}\right) \cdot \frac{4}{7}}$	
85) $\left[-2 + \frac{5}{8} - \frac{3}{16}\right] - \left[1 + \frac{3}{8} - \frac{3}{4}\right]$		86) $\left[-3 + \frac{3}{8} - \frac{5}{16}\right] - \left[2 + \frac{5}{8} - \frac{1}{4}\right]$			
87) $\frac{2}{3} \div \left[5 \div \left(\frac{2}{4} + 1\right) - 3\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)\right]$	$\frac{8}{31}$	88) $\left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + 13\left(\frac{2}{3} - 1\right)\right] \div \left[\left(\frac{1}{2} - 1\right) \div 2\frac{1}{2}\right]$		$\frac{170}{9}$	
89) $1 - \frac{4}{5} \div \frac{2}{15} + \frac{3}{8}\left(-\frac{2}{9}\right) - \frac{11}{12}$	-6	90) $-\frac{1}{2} + \left[\frac{1}{9} + \frac{5}{2} - \frac{2}{3}\left(-\frac{3}{4} - 1 + 3\right) - \frac{1}{6}\right]$		$\frac{10}{9}$	
91) $2\left(\frac{1}{5}\right) + \left\{3 - \frac{2}{5} - \frac{1}{2}\left[-3\left(-\frac{2}{3}\right) - 1 + \frac{1}{5}\right] + 4\left(-\frac{5}{2}\right)\right\}$			$-\frac{38}{5}$		
92) $1 - \frac{8}{3}\left(-\frac{3}{4}\right) - \left\{2 - \left[\frac{3}{4} - 1 + \frac{2}{5}\left(-10 + \frac{15}{4}\right) - 1\right]\right\}$			$-\frac{11}{4}$		
93) $\frac{1}{9} \div \frac{4}{11} - 1 \div \frac{3}{2} + \frac{4}{9}(-2) + \frac{4}{3} \div (-1) - \left(\frac{5}{18} - \frac{2}{3}\right)\frac{3}{2}$			-2		
94) $\frac{125}{4}\left(-\frac{8}{5}\right)\frac{1}{10} - \frac{4}{3} \div (-2) - \left(-\frac{15}{16}\right) \div \left(-\frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{5}{12}\right)\left(-\frac{7}{2}\right)$			$-\frac{77}{12}$		
95) $\left[\left(2 - \frac{3}{2} - 4\right)\left(5 + \frac{1}{3} + 4\right)\right] \div \left[\left(\frac{5}{4} - 3\right)\left(\frac{2}{3} + 1\right)\right]$			$\frac{56}{5}$		

Transformar un decimal a la forma $\frac{m}{n}$

Para transformar un decimal a fracción se procede de la siguiente manera:

Se multiplica y se divide el decimal por 10, 100 o 1000, depende del número de espacios después de la coma, luego se simplifica.

Ejemplo: Transformar a fracción y simplificar 0.25

$$0.25 \times \frac{100}{100} = \frac{25}{100} \quad \text{Simplificando} = \frac{1}{4} \quad \text{Entonces } \boxed{0.25 = \frac{1}{4}}$$

- Si el decimal es periódico puro como $3.\overline{28}$

$$3.\overline{28} = 3.28282828 \dots$$

Si se llama $x = 3.28282828 \dots$ (1) luego se multiplica por 100 para volverlo entero
 $100x = 328.282828 \dots$ (2)

Restando (1) de (2) se cancelan todas las cifras decimales

$$\begin{array}{r} 100x = 328.28282828 \\ -x = 3.28282828 \\ \hline 99x = 325 \end{array}$$

$x = \frac{325}{99}$ Entonces $3.\overline{28} = \frac{325}{99}$

- Si el decimal es periódico mixto como $2.41\overline{25}$
 $2.41\overline{25} = 2.4125252525 \dots$

Si se llama $10000x = 241.25252525$ (1) para volver el decimal puro, luego se multiplica por 10000 para volverlo entero $10000x = 24125.25252525 \dots$ (2)

Restando (1) de (2) se cancelan todas las cifras decimales

$$\begin{array}{r} 10000x = 24125.25252525 \\ -100x = 241.25252525 \\ \hline 9900x = 23884 \end{array}$$

$x = \frac{23884}{9900}$ Simplificando $x = \frac{5971}{2475}$

Entonces $2.41\overline{25} = \frac{5971}{2475}$

Transformar a fracción y simplificar:

Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta	Ejercicio	Respuesta
1) 0.45	$\frac{9}{20}$	2) 0.2	$\frac{1}{5}$	3) 0.125	$\frac{1}{8}$	4) 0.375	$\frac{3}{8}$
5) 0.28	$\frac{7}{25}$	6) 0.245	$\frac{49}{200}$	7) 1.6	$\frac{8}{5}$	8) 25.2	$\frac{126}{5}$
9) 13.55	$\frac{271}{20}$	10) 4.25	$\frac{17}{4}$	11) $2.\overline{7}$	$\frac{25}{9}$	12) $4.\overline{4}$	$\frac{40}{9}$
13) $9.\overline{3}$	$\frac{28}{3}$	14) $4.\overline{6}$	$\frac{14}{3}$	15) $0.\overline{245}$	$\frac{245}{999}$	16) $1.\overline{63}$	$\frac{18}{11}$
17) $0.\overline{5}$	$\frac{5}{9}$	18) $0.14\overline{7}$	$\frac{49}{333}$	19) $0.\overline{45}$	$\frac{5}{11}$	20) $0.4\overline{5}$	$\frac{41}{90}$
21) $0.5\overline{7}$	$\frac{26}{45}$	22) $0.8\overline{6}$	$\frac{13}{15}$	23) $0.02\overline{1}$	$\frac{19}{900}$	24) $1.90\overline{1}$	$\frac{941}{495}$
25) $0.05\overline{7}$	$\frac{13}{225}$	26) $0.\overline{285714}$	$\frac{2}{7}$	27) $0.\overline{714285}$	$\frac{5}{7}$	28) $1.92307\overline{6}$	$\frac{25}{13}$

Relación de orden de los números reales.

Para contar se lleva un orden, 1 después el 2, luego el 3 y así sucesivamente. La correspondencia uno a uno entre el conjunto de los números reales y los puntos de una recta numérica permite representar geoméricamente la relación de orden de los números reales, según la cual los números reales son ordenados.

Si a y b son números reales, entonces se tiene lo siguiente:

- Si $a-b$ es mayor que cero, es decir, $a-b > 0$, a es mayor que b , lo que se escribe $a > b$.
- Si $a-b$ es menor que cero, entonces a es menor que b , lo que se escribe $a < b$.
- Si $a-b = 0$, entonces $a = b$

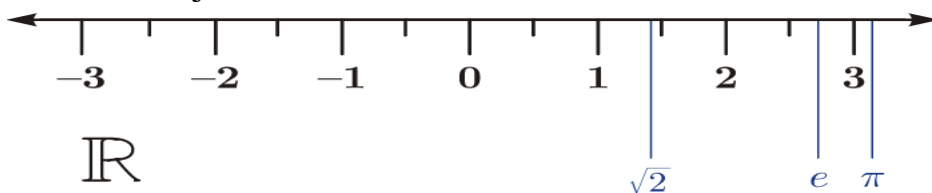
Geoméricamente, si a y b son números reales, se dice que a es mayor que b y se escribe $a > b$, si a está a la derecha de b en la recta numérica, a la vez, $a < b$ si a se localiza a la izquierda de b . Por lo tanto, sólo una de las expresiones siguientes es verdadera:

$$a > b, \quad a < b, \quad \text{o} \quad a = b$$

Esta propiedad recibe el nombre de **ley de tricotomía**, y hace posible comparar u ordenar, dos números reales cualesquiera.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS REALES.

Los números reales se representan gráficamente como puntos de una línea recta denominada recta real o eje real.



VALOR ABSOLUTO Y DISTANCIA

Definición: el valor absoluto de un número real a , denotado por $|a|$, se define así:

$$|a| = \begin{cases} a & \text{Si } a \geq 0 \\ -a & \text{Si } a < 0 \end{cases}$$

Ejemplos: $|7| = 7$
 $|0| = 0$
 $|-3| = -(-3) = 3$

En general $|a| = |-a|$, para todo número real a

En otras palabras, el valor absoluto de un número entero, es la distancia de él al cero, en la recta numérica

Distancia entre dos puntos

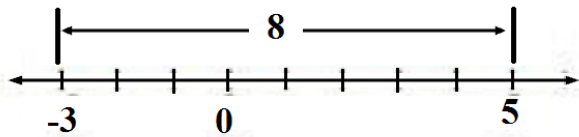
Si a y b son números reales, entonces la distancia entre los puntos a y b en la recta numérica es

$$d(a,b) = |b - a|$$

Ejemplo:

La distancia entre los números -3 y 5 es: $d(-3,5) = |5 - (-3)| = |5 + 3| = |8| = 8$

Geoméricamente



Determine la distancia entre los números dados.

	Respuesta		Respuesta		Respuesta
1) 2 y 17	15	2) 21 y -3	24	3) -5 y -3	-2
4) -38 y -57	19	5) -2.6 y -1.8	0.8	6) 5.7 y -2.9	8.6
7) $8 y -\frac{3}{2}$	$\frac{19}{2}$	8) $2 y -\frac{1}{3}$	$\frac{7}{3}$	9) $\frac{11}{3} y -\frac{3}{10}$	$\frac{119}{30}$
10) $\frac{7}{15} y -\frac{1}{21}$	$\frac{18}{35}$	11) $\frac{4}{3} y -\frac{2}{5}$	$\frac{26}{15}$	12) $-\frac{3}{2} y -\frac{2}{5}$	$\frac{11}{10}$
13) $-\frac{1}{2} y \frac{1}{2}$	1	14) $-\frac{1}{4} y \frac{3}{5}$	$\frac{17}{20}$	15) $\frac{2}{4} y -\frac{3}{2}$	2

Ejercicios de aplicación

1) Calcular qué fracción de la unidad representa:

- a) La mitad de la mitad. R/. $\frac{1}{4}$
- b) La mitad de la tercera parte. R/. $\frac{1}{6}$
- c) La tercera parte de la mitad. R/. $\frac{1}{6}$
- d) La mitad de la cuarta parte. R/. $\frac{1}{8}$

2) Elena va de compras con \$18.000. Se gasta $\frac{3}{5}$ de esa cantidad. ¿Cuánto le queda? R/. \$7200

3) Pedro ha estudiado $3\frac{2}{3}$ horas, Enrique $5\frac{3}{4}$ horas y Juan 6 horas. ¿Cuántas horas han estudiado los tres juntos? R/. $15\frac{5}{12}$ horas.

- 4) Un hombre camina $4\frac{1}{2} Km$ el lunes, $8\frac{2}{3} Km$ el martes, $10 Km$ el miércoles y $\frac{5}{8} Km$ el jueves. ¿Cuánto ha recorrido en los cuatro días? R/. $23\frac{19}{24} Km$
- 5) Un campesino ha cosechado 2500 kilos de papas, $250\frac{1}{8}$ de trigo y $250\frac{1}{8}$ de arroz. ¿Cuántos kilos ha cosechado en conjunto? R/. $3000\frac{1}{4}$ kilos.
- 6) Tres varillas tienen: la primera $8\frac{2}{5} m$ de largo; la segunda $10\frac{2}{10} m$ y la tercera $14\frac{1}{20} m$. ¿Cuál es la longitud de las tres varillas? R/. $32\frac{13}{20} m$
- 7) Pedro tiene $22\frac{2}{9}$ años, Juan $6\frac{1}{3}$ años más que Pedro y Matías tanto como Juan Y Pedro juntos. ¿Cuántos años suman las edades de los tres? R/. $101\frac{5}{9}$ años.
- 8) Si empleo $\frac{5}{8}$ del día en trabajar; ¿Qué parte del día descanso? R/. $\frac{3}{8}$
- 9) Un estudiante, emplea la cuarta parte del día en estudiar; la sexta parte en hacer deporte y la novena en leer. ¿Qué parte del día le queda libre? R/. $\frac{17}{36}$
- 10) Un hombre vende $\frac{1}{3}$ de su finca, alquila $\frac{1}{8}$ y el resto lo cultiva. ¿Qué porción de la finca cultiva? R/. $\frac{13}{24}$
- 11) Compré tres sombreros a $\$2\frac{3}{5}$ cada uno; 6 camisas a $\$3\frac{3}{4}$ cada una. Si doy para pagar un billete de \$50. ¿Cuánto de devuelven? R/. $\$19\frac{7}{10}$
- 12) Perdí $\frac{1}{5}$ de mi dinero y presté $\frac{1}{8}$. ¿Qué parte de mi dinero me queda? R/. $\$27/40$
- 13) Si compro 10 libros a $\$45/$ cada uno y entrego en pago 2 metros de tela de $\$1\frac{5}{8}$ el metro. ¿Cuánto debo? R/. $\$4\frac{3}{4}$
- 14) Tenía \$40 y gasté los $\frac{3}{8}$. ¿Cuánto me queda? R/. \$25
- 15) Si tengo \$25 y hago compras por los $\frac{6}{5}$ de esa cantidad. ¿Cuánto debo? R/. \$5
- 16) Un hombre es dueño de los $\frac{3}{4}$ de un velero y vende $\frac{3}{11}$ de su parte. ¿Qué parte del velero ha vendido? R/. $\$9/44$
- 17) Si me deben $\frac{7}{8}$ de \$96 y me pagan los $\frac{3}{4}$ de esa cantidad. ¿Cuánto me deben aún? R/. \$21

- 18) Un cable de 72 m de longitud se corta en dos trozos. Uno tiene las $\frac{5}{6}$ partes del cable. ¿Cuántos metros mide cada trozo? R/. $60m, 12m$
- 19) Una caja contiene 60 bombones. Eva se comió $\frac{1}{5}$ de los bombones y Ana $\frac{1}{2}$.
- a) ¿Cuántos bombones se comieron Eva, y Ana? R/. $42 Bombones$
- b) ¿Qué fracción de bombones se comieron entre las dos R/. $\frac{7}{12}$
- 20) Ana ha recorrido 600 m, que son los $\frac{3}{4}$ del camino de su casa a la universidad. ¿Qué distancia hay de su casa a la universidad? R /. $800m$
- 21) Los $\frac{2}{5}$ de los ingresos del pago de administración de una unidad residencial se emplean en agua, $\frac{1}{8}$ en electricidad, $\frac{1}{12}$ en papelería, $\frac{1}{4}$ en mantenimiento del edificio y el resto se emplea en aseo.
- a) ¿Qué fracción de los ingresos se emplea en aseo? R /. $\frac{17}{120}$
- 22) Camila dispone de \$30000 para compras. El jueves gastó $\frac{2}{5}$ de esa cantidad y el sábado los $\frac{3}{4}$ de lo que le quedaba.
- a) ¿Cuánto gastó cada día? R /. $viernes = \$12000, sábado = \13500
- b) ¿Cuánto le queda al final? R /. $\$4500$
- 23) El ácido sulfúrico contiene en peso 2 partes de hidrógeno, 32 partes de azufre y 64 partes de oxígeno. ¿Qué fracción de ácido sulfúrico es el azufre? R /. $\frac{16}{49}$
- 24) Un tanque de leche está lleno hasta los tres décimos de su capacidad, luego se le echan 120 galones y queda lleno hasta siete décimos de su capacidad.
- a) ¿Cuántos galones llenan el tanque si está vacío? R /. $300 galones$
- b) Si el tanque estuviera lleno y le sacaran 30 galones, ¿qué fracción del tanque quedaría con leche? R /. $\frac{9}{10}$
- 25) Un granjero tiene un terreno de 300 hectáreas. $\frac{1}{4}$ parte del terreno lo siembra con papa, $\frac{1}{3}$ parte del resto con yuca, $\frac{1}{5}$ parte de lo que queda la siembra con tomate, y el resto lo utiliza para sembrar frutas.
- a) ¿Cuántas hectáreas destinó para el sembrado de frutas? R /. $120 Hectáreas$
- b) Supóngase que el granjero quisiera rebajar $\frac{1}{3}$ parte del terreno que está sembrado con papa, ¿cuántas hectáreas fueron rebajadas del terreno de papa? ¿Qué cantidad de hectáreas serán dispuestas ahora para sembrar papa? R /. $25 Hectáreas, 50 Hectáreas$
- 26) Un ciclista ha recorrido $1375 \frac{1}{4}$ metros con una bicicleta en la que una rueda mide $2 \frac{1}{3}$ metros de circunferencia. ¿Cuántas vueltas ha dado una rueda? R /. $589 \frac{11}{28} Vueltas$

- 27) Hace unos años Pedro tenía 24 años, que representan los $\frac{2}{3}$ de su edad actual. ¿Qué edad tiene Pedro? R/. 36 años
- 28) En las elecciones locales celebradas en un pueblo, $\frac{3}{11}$ de los votos fueron para el partido A, $\frac{3}{10}$ para el partido B, $\frac{5}{14}$ para C y el resto para el partido D. El total de votos ha sido de 15 400. Calcular:
- El número de votos obtenidos por cada partido. R/.
 $A = 4200, B = 4620, C = 5500, D = 1080 \text{ votos}$
 - El número de abstenciones sabiendo que el número de votantes representa $\frac{5}{8}$ del censo electoral. R/. 5775 votos
- 29) Un padre reparte entre sus hijos \$1'800.000. Al mayor le da $\frac{4}{9}$ de esa cantidad, al mediano $\frac{1}{3}$ y al menor el resto.
- ¿Qué cantidad recibió cada uno? R/. \$800000, \$600000, \$400000
 - ¿Qué fracción del dinero recibió el tercero? R/. $\frac{2}{9}$
- 30) Para preparar un pastel, se necesita: $\frac{1}{3}$ de un paquete de 750 g de azúcar, $\frac{3}{4}$ de un paquete de harina de kilo, $\frac{3}{5}$ de una barra de mantequilla de 200 g. Halle, en gramos, las cantidades que se necesitan para preparar el pastel. R/.
250 gAzucar, 750 gHarina, 120 gMantequilla
- 31) Un depósito contiene 150 litros de agua. Se consumen los $\frac{2}{5}$ de su contenido. ¿Cuántos litros de agua quedan? R/. 90 Litros
- 32) De una pieza de tela de 48 m se cortan $\frac{3}{4}$. ¿Cuántos metros mide el trozo restante? R/. 12m
- 33) Una familia ha consumido en un día: 2 botellas de litro y medio de agua, 4 botellas de $\frac{1}{3}$ de litro de zumo de naranja y 5 limonadas de $\frac{1}{4}$ de litro. ¿Cuántos litros de líquido han bebido? R/. $5\frac{7}{12}$ Litros
- 34) ¿Cuántos tercios de litro hay en 4 litros? R/. 12 tercios
- 35) Un hombre es dueño de los $\frac{2}{5}$ de una finca y vende $\frac{1}{2}$ de su parte. ¿Qué parte de la finca le queda? R/. $\frac{1}{5}$
- 36) ¿Cuántos litros hay que sacar de un tonel de 560 litros para que queden en él los $\frac{6}{7}$ del contenido? R/. 80 litros
- 37) Me deben los $\frac{3}{4}$ de \$88. Si me pagan los $\frac{2}{11}$ de esta cantidad. ¿Cuánto me deben? R/. \$50

- 38) Me pagan los $\frac{7}{10}$ de \$2500 que me deben. Posteriormente me aportan $\frac{1}{10}$, y finalmente me pagan $\frac{3}{5}$ del saldo. ¿Cuánto falta para que no me deban nada? R/. \$200
- 39) En un estadio de fútbol hay 39625 aficionados (hombres, mujeres y niños), el número de mujeres es $\frac{2}{10}$ del total, $\frac{2}{5}$ son hombres. ¿Cuántos niños hay en el estadio? R/. 15850
- 40) De una finca de 20 hectáreas, se venden los $\frac{2}{5}$ y se alquilan los $\frac{3}{4}$ del resto. ¿Cuánto queda? R/. 3 hectáreas
- 41) ¿Cuál es la velocidad de un automóvil que en $7\frac{1}{4}$ horas recorre 261 Km? R/. $36\frac{Km}{h}$
- 42) La distancia entre dos ciudades es de 140 Km. ¿Cuántas horas debe andar un hombre que recorre los $\frac{3}{14}$ de dicha distancia en una hora, para ir de una ciudad a otra? R/. $4\frac{2}{3}$ horas
- 43) ¿Cuántas varillas de $\frac{1}{4}$ de metro de longitud se pueden sacar de una varilla de $\frac{5}{12}$ metros de largo? R/. $1\frac{2}{3}$ varillas
- 44) Si una llave vierte $8\frac{1}{4}$ litros de agua por minuto. ¿Cuánto tiempo empleará en llenar un depósito de $90\frac{3}{4}$ litros de capacidad? R/. 11 minutos
- 45) Dos automóviles A y B hacen el mismo trayecto de 572 km. El automóvil A lleva recorridos los $\frac{5}{11}$ del trayecto cuando el B ha recorrido los $\frac{6}{13}$ del mismo. ¿Cuál de los dos va primero? ¿Cuántos kilómetros lleva recorridos cada uno? R/.
 $B, A = 260km, B = 264Km$
- 46) Tres viajeros A, B, C, salen de Medellín el 3 de noviembre de 2012, el viajero A viaja cada 4 días, el B viaja cada 5 días y el C cada 10 días, ¿Qué día saldrán nuevamente juntos? R/. 23 de noviembre.